МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

К.Ю.Аксьонова , Ю.Д.Оксюк, Є.Б Сидоренко

Ф І З И К А

Механіка, молекулярна фізика, електрика.

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК І КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ

ХАРКІВ – ХНАМГ - 2007

Фізика. Механіка, молекулярна фізика, електрика. Навчально-методичний посібник і контрольні завдання для студентів заочної форми навчання.

Автори: Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б., ХНАМГ, 2007. - 131 с.

Рецензент: П'ятак О.І., професор, д. ф.-м. н., зав. кафедри фізики ХНАДТУ

Рекомендовано кафедрою фізики,
протокол № 8 від 28 березня 2007 р.

ЗМІСТ

1. ПЕРЕДМОВА

Мета цього учбово-методичного посібника - подати допомогу студентам інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів у вивченні курсу фізики.

Основний навчальний матеріал програми курсу в посібнику розподілений на дві частини (по семестрах). У кожному з них дані відповідні розділи з короткими теоретичними відомостями, прикладами розв’язання типових задач і контрольних завдань, а також загальні методичні вказівки, деякі довідкові таблиці і контрольні завдання.

.

2. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Навчальна робота студента з вивчення курсу фізики складається з наступних основних елементів: самостійного вивчення і пророблення на підставі настановних лекцій відповідних розділів учбово-методичного посібника, вивчення методики розв’язання типових задач, виконання запланованої кількості лабораторних робіт, виконання контрольних завдань, здачі заліків і іспитів.

2.1. Розв’язання задач

Систематичне розв’язання задач - необхідна умова успішного вивчення курсу фізики. Розв’язання задач допомагає усвідомити фізичний зміст явищ, закріплює в пам'яті формули, прищеплює навички практичного застосування теоретичних знань.

При розв'язанні задачі необхідно виконувати наступне:

1. Вказати основні закони і формули, на яких базується розв’язання задачі, і дати словесне формулювання цих законів, роз'яснити літерні позначення, уживані при написанні формул. Якщо при розв’язанні задачі застосовується формула, отримана для окремого випадку, що не виражає якої-небудь фізичної величини, то її слід виводити.

2. Дати креслення, що пояснює зміст задачі (у тих випадках, коли це можливо); виконувати його треба акуратно за допомогою креслярських приладів.

3.Розв’язання задачі супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями.

4. Розв’язати задачу в загальному вигляді, тобто виразити величину, яку треба знайти, в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі й узятих з таблиці.

Фізичні задачі досить різноманітні, і дати універсальну схему їхнього розв'язання неможливо. Однак, як правило, фізичні задачі слід вирішувати в загальному вигляді. При цьому способі не виконуються обчислення проміжних величин; числові значення підставляються тільки в остаточну формулу, що виражає шукану величину.

5. Виразити усі величини, що входять в остаточну формулу, в одиницях СІ і виписати їх для наочності стовпчиком.

6. Підставити в остаточну формулу, отриману в результаті розв'язання задачі в загальному вигляді, числові значення в одиницях однієї системи. Недотримання цього правила приводить до невірного результату. Виключення з цього правила допускається лише для тих однорідних величин, що входять у вигляді співмножників у чисельник і знаменник формули з однаковими показниками степеня. Такі величини необов'язково виражати в одиницях тієї системи, в якій ведеться розв'язання задачі. Їх можна виразити в будь-яких, але тільки однакових одиницях.

7. Обчислити величини, підставлені у формулу, керуючись правилами наближених обчислень (див. п.10), записати у відповіді числове значення і скорочене найменування одиниці виміру шуканої величини.

8. При підстановці в робочу формулу, а також при запису відповіді, числові значення величин записати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на десять у відповідному степені. Наприклад, замість 3520 треба записати $3,52 \times 10^{3}$, замість $0,00129$ записати $1,29 \times 10^{-3}$ і т.і.

9. Оцінити правдоподібність чисельної відповіді. У ряді випадків така оцінка допоможе знайти помилковість отриманого результату. Наприклад, коефіцієнт корисної дії теплової машини не може бути більше одиниці, електричний заряд не може бути менше елементарного заряду $e = 1,60 \times 10^{-19}$ *Кл*, швидкість тіла не може бути більше швидкості світла у вакуумі і т.і.

10. Округлення чисел здійснюється простим відкиданням останніх значущих цифр, якщо перша з цифр, що відкидаються, менше ніж 5 і збільшенням на одиницю цифри, що знаходиться перед тією, що відкидається, якщо остання більше 5. Якщо цифра, що відкидається, дорівнює 5 і за нею немає значущих цифр, то округлення здійснюється так, щоб остання цифра, що залишається, була парною, наприклад: $0,675$ заміняється $0,68$, а $0,625$ округляється до $0,62$. Якщо ж перша цифра, що відкидається, дорівнює 5, а за нею знаходиться цифра більше 5, то при округленні необхідно цифру, яка знаходиться перед тією, що відкидається,

збільшити на *1*.

У випадку округлення при додаванні і відніманні його потрібно робити в кожному доданку (від'ємнику) до розряду, на одиницю меншого, ніж розряд найменш точного числа, а в результаті слід зберегти стільки десяткових знаків, скільки їхній у значенні найменш точного числа:

$$0,423 + 5,386 + 12,3 \approx 0,42 + 5,39 + 12,3 = 18,11 \approx 18,1.$$

При множенні і діленні в результаті залишають стільки значущих цифр, скільки їх утримується в значенні величини з найменшим числом значущих цифр:

$$25,7 \cdot 3,356 = 86,2492 \approx 86,2.$$

При піднесенні до степеня у результаті зберігають стільки значущих цифр, скільки їх утримується в числі, яке підносять до степеня:

$$(7,32)^2 = 53,5824 \approx 53,6.$$

При добуванні коренів у результаті залишають стільки значущих цифр, скільки їх має підкореневе число. При обчисленні логарифма наближеного числа потрібно залишати стільки значущих цифр, скільки їх утримується в даному числі. В усіх цих операціях, природно, повинні дотримуватися зазначені вище правила округлення чисел.

Уміння розв’язувати задачі здобувається тривалими і систематичними вправами. Щоб навчитися розв’язувати задачі і підготуватися до виконання контрольної роботи, слід після вивчення чергового розділу уважно розібрати поміщені в даному посібнику приклади розв’язання типових задач, а також ряд задач із задачників з фізики.

2.2. Виконання контрольних робіт

Виконання контрольних робіт студентом і рецензування їх викладачем переслідує дві мети: по-перше, здійснення контролю за роботою студента; по-друге, надання йому допомоги в питаннях, що виявилися слабко засвоєними або незрозумілими.

Виконання контрольних робіт з кожного розділу курсу фізики студент починає тільки після вивчення теоретичного матеріалу, що відповідає даному розділу програми, уважного ознайомлення з прикладами і після розв’язання задач, призначених для самостійного розв’язання, приведених у посібнику з кожного розділу курсу.

При виконанні контрольних робіт студенту необхідно керуватися наступним:

1. Контрольні роботи виконуються тільки за умовами задач даного посібника. Заміна якої-небудь контрольної роботи іншою не дозволяється.

2. Розв'язання задач повинні супроводжуватися вичерпними, але короткими поясненнями, що розкривають фізичний зміст уживаних формул, і виконуватися відповідно до правил, викладених в пункті **2.1. Розв'язання задач**.

3. МЕХАНІКА

3.1. Кінематика поступального й обертального рухів

Будь-який рух твердого тіла можна представити як результат додавання поступального й обертального рухів.

Про рух тіла судять по його переміщенню щодо інших тел. Це означає, що рух і спокій тіл відносні. Тіло, прийняте за нерухоме, зв'язана з ним система координат і спосіб відліку часу утворюють *систему відліку*.

При вивченні руху тіл часто буває доцільно абстрагуватися від їхніх розмірів. У цих випадках говорять про рух матеріальної точки. *Матеріальною точкою* називається тіло, розміри і форму якого можна не враховувати в даній задачі. Матеріальною точкою вважають, наприклад, Землю при розгляді її руху навколо Сонця. Будь-яке тіло можна вважати сукупністю матеріальних точок.

Тіло, взаємне розташування часток якого не змінюється згодом, називається абсолютно твердим.

Рух твердого тіла є *поступальним*, якщо пряма, що з'єднує дві будь-які його точки, залишається паралельною самій собі. Тобто, усі точки тіла рухаються за однаковими траєкторіями, і тому при поступальному русі твердого тіла досить розглядати рух тільки однієї його точки.

Розглянемо рух матеріальної точки на ділянці криволінійної траєкторії. *Переміщенням* між двома точками траєкторії називається вектор, що з'єднує ці точки. На рис.3.1 це вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

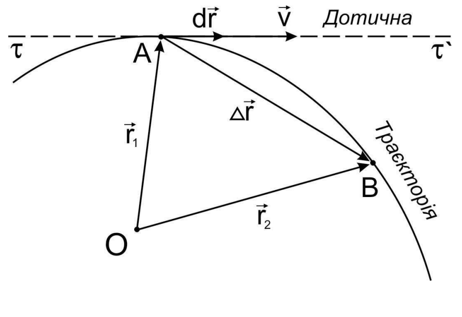


Рис. 3.1

Переміщення зроблене за час Δt.

Радіусом-вектором точки в просторі називається вектор $\vec{r}$, проведений з початку координат у дану точку. На ділянці траєкторії AB вектор *середньої швидкості* дорівнює $\vec{\upsilon}_{cp} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ і спрямований уздовж хорди AB у той бік, що і вектор переміщення $\Delta\vec{r}$.

Вираз для швидкості $\vec{\upsilon}$ в момент t (у точці А) можна одержати як границя вектора $\vec{\upsilon}_{cp}$ при $\Delta t \to 0$:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

При $\Delta t \to 0$ хорда AB зливається з дотичною $\tau\tau'$, і вектор миттєвої швидкості $\vec{\upsilon}$ буде спрямований по дотичній до траєкторії убік руху. Оскільки модуль вектора $d\vec{r}$ дорівнює довжині малої ділянки траєкторії (шляху ds), то

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \frac{ds}{dt} \quad . \tag{3.1}$$

Тобто, модуль швидкості дорівнює похідній шляху за часом.

Швидкість руху може мінятися як за модулем, так і за напрямком. Швидкість зміни швидкості характеризується вектором *прискорення* $\vec{a}$. Зміна швидкості на ділянці AB траєкторії за час Δt (рис.3.2) дорівнює $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$.

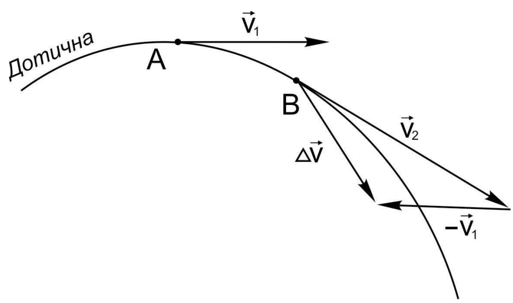


Рис. 3.2

При $\Delta t \to 0$ одержимо

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Але вектор $\Delta\vec{\upsilon}$ можна розкласти (рис. 3.3) на дві складові: $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$ (уздовж дотичної $\tau\tau$`) і $\Delta\vec{\upsilon}_n$ (уздовж нормалі *nn*`).

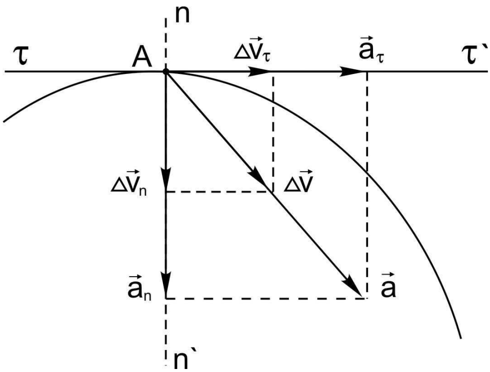


Рис. 3.3

Тому

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_n}{\Delta t} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Повне прискорення $\vec{a}$ має дві взаємно перпендикулярні складові: $\vec{a}_\tau$ і $\vec{a}_n$.

Тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$, спрямоване за дотичною, визначає швидкість зміни модуля швидкості; *нормальне (доцентрове) прискорення* $\vec{a}_n$ характеризує зміну швидкості за напрямком ($\vec{a}_n \neq 0$ тільки в криволінійному русі).

Модуль тангенціального прискорення дорівнює похідної модуля швидкості за часом або другій похідній шляху за часом:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}. \tag{3.2}$$

Вектор $\vec{a}_n$ спрямований до центра кривизни О (рис.3.4) і перпендикулярний вектору швидкості.

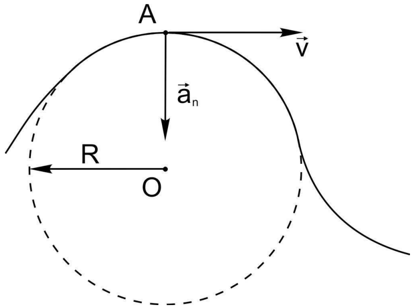


Рис. 3.4

Радіусом кривизни траєкторії в даній точці називається величина, зворотна кривизні $c = \dfrac{d\alpha}{ds}$, де $d\alpha$ - нескінченно малий кут повороту траєкторії (дотичної до неї) на довжині ds:

$$R = \frac{1}{c}.$$

Розрахунки, що ми опускаємо, доказують, що модуль вектора $\vec{a}_n$ визначається формулою

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (3.3)$$

При рівномірному русі точки по колу $a_n = const$ і $a_\tau = 0$.

При *обертальному* русі твердого тіла всі його точки описують кола, центри яких лежать на одній прямій - осі обертання.

При обертанні твердого тіла навколо нерухомої осі лінійні швидкості і прискорення для різних його точок будуть різні. Тому обертальний рух заведено характеризувати кутовими величинами, однаковими в даний момент часу для всіх точок тіла, яке обертається.

Якщо за час Δt тіло повертається на кут $\Delta\varphi$, то швидкість його обертання в даний момент характеризується вектором *кутової швидкості* $\vec{\omega}$, модуль якої

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Осьовий вектор $\vec{\omega}$ спрямований уздовж осі обертання. Його напрямок визначається правилом правого гвинта: якщо напрямок обертання голівки гвинта збігається з напрямком обертання тіла, то поступальний рух гвинта вказує напрямок вектора $\vec{\omega}$ (рис.3.5).

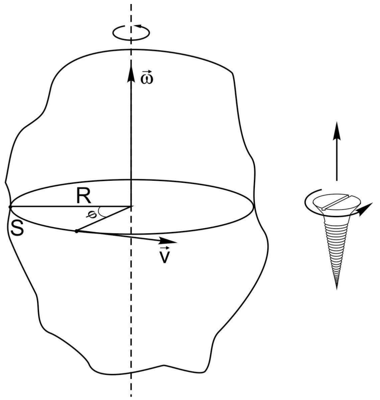


Рис.3.5

Вектор $\vec{\omega}$ визначає модуль кутової швидкості, напрямок обертання і положення осі обертання. Модуль кутової швидкості вимірюється в *радіанах у секунду* (*рад/с*).

При рівномірному обертанні модуль кутової швидкості $\vec{\omega}$ зв'язаний з періодом обертання T и частотою обертання n таким чином:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \ .$$

Швидкість зміни кутової швидкості характеризується *кутовим прискоренням* $\vec{\varepsilon}$, модуль якого

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \ .$$

Кутове прискорення також являє собою осьовий вектор. Напрямки векторів $\vec{\varepsilon}$ і $\vec{\omega}$ збігаються при прискореному обертанні і протилежні при сповільненому. Модуль кутового прискорення ε вимірюється в *радіанах на секунду в квадраті* (*рад/с*^{2}).

Зв'язок між лінійною і кутовою швидкостями можна одержати на основі рівності, що зв'язує довжину дуги s, пройденої точкою, що рухається, центральний кут φ і радіус R кола:

$$s = R\varphi.$$

Якщо продиференціювати цю рівність за часом, одержимо

$$\frac{ds}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt}, \quad або \quad \upsilon = R\omega. \tag{3.4}$$

Якщо від останньої рівності взяти другу похідну, одержимо співвідношення між тангенціальним і кутовим прискореннями:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = R\frac{d^2\varphi}{dt^2} = R\frac{d\omega}{dt}, \quad \text{або} \quad a_\tau = R\varepsilon. \tag{3.5}$$

3.2.Динаміка поступального руху.

3.2.1.Закони Ньютона

Основу класичної механіки складають три закони, сформульовані Ньютоном у результаті узагальнення численних досвідних даних.

1. *Перший закон Ньютона* *(закон інерції):* **усяке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, поки вплив з боку інших тіл не змусить його змінити цей стан.**

Системи відліку, в яких виконується перший закон Ньютона, називаються *інерціальними*. З високим ступенем наближення інерціальною системою відліку є, як показали спостереження, геліоцентрична система з початком координат у центрі Сонця й осями, спрямованими до вилучених зірок. Будь-яка система, що рухається прямолінійно і рівномірно щодо деякої інерціальної системи, також є інерціальною.

Всі інерціальні системи відліку рівноправні: механічні явища в них протікають однаково і закони Ньютона для всіх таких систем відліку мають однакову форму. Тому ніякими механічними досвідами всередині даної системи відліку не можна установити, чи вона знаходиться у спокої або рухається з деякою постійною швидкістю $\vec{v} = const$.

Це положення, взяте з досвіду, було сформульоване Галилеєм (1636 р.) і називається *принципом відносності Галилея (механічним принципом відносності).*

А. Ейнштейн (1905 р.) узагальнив цей принцип на явища будь-якої природи (*загальний принцип відносності).*

Системи відліку, що рухаються з прискоренням відносно інерціальних систем, є *неінерціальними*. У них перший закон Ньютона не виконується. Система відліку, зв'язана з Землею, строго кажучи, є неінерціальною, тому що вона рухається з прискоренням, роблячи добове обертання й орбітальний рух навколо Сонця. Однак це прискорення мале, і в більшості випадків Землю можна вважати інерціальною системою відліку.

2. Другий закон Ньютона: сила, що діє на тіло, дорівнює добутку маси тіла на прискорення, яке надає тілу ця сила.

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (3.6)$$

При цьому важливо уявляти, що в наведеному рівнянні $\vec{a}$ є функцією від $\vec{F}$ і m, тобто, модуль a прискорення, що здобувається тілом при взаємодії з іншими тілами, пропорційний модулю сили і обернено пропорційний масі тіла:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Напрямки векторів прискорення $\vec{a}$ і сили $\vec{F}$ збігаються

Тіло змінює швидкість свого руху, тобто здобуває прискорення за рахунок взаємодії з іншими тілами. Кількісною мірою взаємодії тіл є сила $\vec{F}$. Властивість тіла, що характеризує його здатність зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, називається *інертністю*. Кількісною мірою інертності тіла є його маса m. Крім того, маса є мірою *тяжіння й енергії*.

Самим Ньютоном другий закон механіки був сформульований не через прискорення, а через іншу фізичну величину - *імпульс тіла*. Імпульсом матеріальної точки або тіла при поступальному русі $\vec{p}$ називається добуток маси тіла (точки) m на швидкість його руху $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}.$$

Оскільки $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$, а маса є величина постійна, то формулу (3.6) можна записати так:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Остання рівність справедлива і для тіла, що рухається не поступально. При цьому імпульс його є сумою імпульсів усіх матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... \qquad (3.7)$$

Тому більш загальне формулювання другого закону Ньютона виглядає так:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (3.8)$$

Сила, що діє на тіло, дорівнює швидкості зміни імпульсу тіла.

Другий закон Ньютона є одночасно і визначенням поняття сили.

Одиницею сили в системі СІ є *Ньютон* (H):

$$1H = 1\frac{кгм}{c^2}$$

Одиниця імпульсу не має назви.

Якщо на тіло одночасно діє кілька сил, то в лівій частині рівностей (3.6) і (3.8) слід поставити рівнодіючу (результуючу) силу, яка дорівнює векторній сумі всіх прикладених до тіла сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... = \sum_i \vec{F}_i .$$

Остання рівність заснована на *принципі незалежності дії сил,* який отримано з досвіду: прискорення, що викликане якою-небудь однією силою, не залежить від того, чи діють на дане тіло одночасно будь-які інші сили.

3. Третій закон Ньютона: **сили, з якими діють одне на одного тіла, рівні за модулем і протилежні за напрямком**:

$$\vec{F}_{1,2} = \vec{F}_{2,1} \qquad (3.9)$$

Взаємодія тіл є обопільною: якщо тіло 1 діє на тіло 2 із силою $\vec{F}_{2,1}$, то тіло 2 діє на тіло 1 із силою $\vec{F}_{1,2}$. Ці сили прикладені до різних тіл.

3.2.2. Закон збереження імпульсу

Вплив тіл одне на одного приводить до зміни імпульсу кожного з них. Але у визначених умовах загальний імпульс системи тіл може зберігатися.

Сили, що діють у системі тіл, підрозділяють на *внутрішні* (сили взаємодії тіл системи між собою) і *зовнішні* (сили, що діють на тіла системи з боку тіл, що не входять у неї). *Замкнутою* називається система тіл, якщо на неї не діють зовнішні сили або векторна сума їх дорівнює нулю.

Для кожного з n тіл деякої системи зміну її імпульсу за час dt можна знайти за другим законом Ньютона:

$$d\vec{p}_1 = (\vec{f}_1 + \vec{F}_1)dt,\ d\vec{p}_2 = (\vec{f}_2 + \vec{F}_2)dt, \dots d\vec{p}_n = (\vec{f}_n + \vec{F}_n)dt,$$

де $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots \vec{f}_n\ i\ \ \vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots \vec{F}_n$ – рівнодіючі внутрішніх і зовнішніх сил для кожного з тіл. Складемо векторно ліві і праві частини всіх n рівностей. Оскільки $\sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i = 0$ (за третім законом Ньютона), то

$$d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2 + \dots d\vec{p}_n = d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots \vec{p}_n) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\, dt$$

Для замкнутої системи $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0.$ Тому

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots \vec{p}_n = const\ . \qquad (3.10)$$

Остання рівність є аналітичним виразом *закону збереження імпульсу:*

Сумарний імпульс замкнутої системи залишається постійним.

При цьому імпульс кожного з тіл системи може змінюватися .

Строго замкнутих систем у природі не існує, але деякі системи можна вважати практично замкнутими, якщо зовнішні сили малі в порівнянні з внутрішніми.

Закон збереження імпульсу є одним з основних законів фізики. Він однаково строго виконується як для макроскопічних тіл, так і для мікрочастинок.

Поступальний рух усіх точок тіла або системи тіл можна представити рухом єдиної точки, в якій вважають зосередженою всю масу системи, - *центра мас.* Радіус -вектор $\vec{r}$ центра мас визначається наступним виразом:

$$\vec{r} = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i\ ,$$

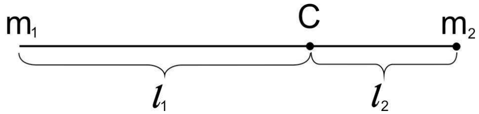
де m_i і $\vec{r}_i$ - маса і радіус – вектор і-ої матеріальної точки, m - сумарна маса тіла.

Підсумовування виконується по всіх матеріальних точках, з яких складається тіло або система.

У найпростішому випадку двох точкових мас m_1 і m_2 центр мас С поділяє відстань l між ними на дві частини l_1 і l_2 так, що

$$m_1 l_1 = m_2 l_2.$$

Імпульс і швидкість центра мас замкнутої системи не змінюються згодом.



3.2.3. Види взаємодій. Сили в механіці

Всі відомі сили можна звести до чотирьох основних видів взаємодії: *1) гравітаційна; 2) електромагнітна; 3) сильна; 4) слабка*.

Гравітаційна взаємодія є універсальною і зв'язує всі без винятку тіла. Однак ця взаємодія відіграє істотну роль лише у випадку тіл великої маси (Земля, Сонце й ін.). У мікросвіті вона є мізерно малою.

Електромагнітна взаємодія є невимірно більшою за гравітаційну і здійснюється за посередництвом електромагнітних полів. Електромагнітну природу має взаємодія атомів і молекул і, отже, обумовлені цією взаємодією хімічні, біологічні процеси.

Сильна (ядерна) взаємодія має різко обмежений радіус дії (10^{-15} м) і тому виявляється тільки всередині атомних ядер, де вона в сотні разів більша за електромагнітну взаємодію.

Слабка взаємодія обумовлює нестабільність ряду мікрочастинок (наприклад, при бета - розпаді).

У рамках класичної механіки розглядаються лише сили гравітаційної й електромагнітної природи.

1. ***Сили тяжіння*** *(гравітаційні сили)* підкоряються закону всесвітнього тяжіння Ньютона

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (3.11)$$

справедливому для матеріальних точок. Тут m_1 і m_2 - маси тіл, що притягуються, r - відстань між ними, $G = 6,67 \cdot 10^{11} \frac{м^3}{кг \quad с^2}$ - *гравітаційна стала*, яка визначається з досвіду. Сили тяжіння

($\vec{F}_{1,2}$ і $\vec{F}_{2,1}$) спрямовані вздовж прямої, що з'єднує матеріальні точки.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \qquad \left|\vec{F}_{1,2}\right| = \left|\vec{F}_{2,1}\right| = F$$

Взаємодія тіл на відстані здійснюється за посередництвом фізичних полів. Будь-яке тіло оточене гравітаційним полем, що діє на внесені в нього тіла із силами, пропорційними їх масам. Силовою характеристикою поля є *напруженість*

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Напруженість гравітаційного поля чисельно дорівнює силі, що діє на тіло одиничної маси в даній точці поля. На поверхні Землі $\left|\vec{g}\right| \approx 9{,}8\, м/с^2$ (з точністю до поправки, зв'язаної з обертанням Землі і відхиленням від сферичності). Вектор $\vec{g}$ спрямований до визначеної точки - силовому центру поля, і збігається з прискоренням сили тяжіння (прискоренням вільного падіння).

Силу тяжіння $m\vec{g}$ не слід ототожнювати з вагою тіла. *Вагою* тіла називають силу, з якою тіло діє на горизонтальну опору або підвіс завдяки силам тяжіння; на вагу тіла впливає також характер руху системи відліку. Якщо опора знаходиться у спокою або рухається рівномірно, вага тіла за модулем дорівнює силі тяжіння.

При русі опори з прискоренням $\vec{a} = \vec{g}$ настає стан невагомості: тіло не давить на опору, і явища в системі відліку, що зв'язана з такою опорою, протікають так, що де-хто уявляє собі, ніби земне тяжіння зникло. Але навпаки: єдиною силою, що діє на тіло в стані невагомості, є сила тяжіння. Для живих організмів у стані невагомості порушується звичний режим, і плин багатьох біологічних процесів змінюється.

2. ***Сили пружності*** виникають в результаті безпосередньої взаємодії тіл, що супроводжується їхньою деформацією. Сила пружності має напрямок, протилежний зсувові часток і зовнішній силі. Якщо, наприклад, дія зовнішньої сили $\vec{F}$ викликає подовження x пружини (рис. 3.6), то при пружних деформаціях (в умовах рівноваги, тобто при $\vec{F}_{пр} = \vec{F}$) проекція сили пружності пропорційна подовженню *x:*

$$F_{пр.x} = -кx\,. \tag{3.12}$$

Це закон Гука.

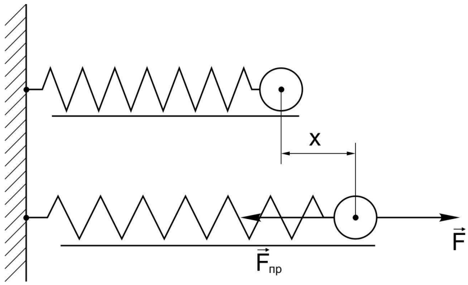


Рис. 3.6

Сила пружності тіл обумовлена електромагнітною взаємодією часток, з яких складаються тіла.

3. ***Сили тертя*** обумовлені взаємодією поверхонь стичних тіл, спрямовані по дотичній до цих поверхонь і перешкоджають відносному переміщенню тіл. Тертя між поверхнями різних тіл називається *зовнішнім (сухим)*, а тертя між частинами того ж самого тіла (шарами рідини, газу) - *внутрішнім*.

Зовнішнє тертя може бути трьох виглядів: тертя ковзання, тертя катання і тертя спокою.

Сила тертя ковзання спрямована проти руху тіла і дорівнює за модулем

$$F_{тр.ковз} = kF_n\ , \tag{3.13}$$

де F_n – сила нормального тиску, що притискає тертьові поверхні друг до друга, k – безрозмірний *коефіцієнт тертя*, що залежить від роду і стану стичних поверхонь.

Сила тертя спокою дорівнює за величиною і протилежна за напрямком зовнішній силі, що намагається перемістити тіла вздовж поверхні їхнього зіткнення:

$$\vec{F}_{тр.спок} = -\vec{F}_{зовн}\,.$$

Максимальна сила тертя спокою дорівнює силі тертя ковзання

$$\vec{F}_{тр.спок.макс} = \vec{F}_{тр.ковз.}\,.$$

Сили тертя обумовлені взаємодією часток тіл, що доторкаються і мають електромагнітну природу.

Сили внутрішнього тертя розглядаються в молекулярній фізиці.

3.2.4. Енергія, робота, потужність

Форми руху матерії досить різноманітні – механічне переміщення тіл, тепловий рух часток речовини, ядерні і біологічні процеси, хімічні реакції і т.ін. Рух у будь-якій його формі – невід'ємна властивість матерії. Універсальною кількісною мірою різних форм руху матерії є *енергія*.

Відповідно до різних форм руху матерії говорять про різні види енергії – механічну, внутрішню, ядерну і т.ін. У процесі взаємодії тіл форми руху матерії можуть змінюватися; при цьому змінюється і вид енергії. Так, тіла при терті нагріваються: їхня механічна енергія переходить у внутрішню. Зміна виду енергії обумовлена дією на тіло сил і зв'язана зі здійсненням роботи.

Поняття енергії і роботи нерозривно зв'язані між собою, тому що енергія тіла (системи тіл) характеризує його здатність виконувати роботу. Інакше кажучи, робота є кількісною мірою зміни енергії тіла (системи тіл) при переході його з одного стану в інший.

Робота, яка здійснюється постійною силою $\vec{F}$ при переміщенні тіла на прямолінійній ділянці шляху *s* (рис.3.7)**, дорівнює добутку проекції сили F_s (на напрямок переміщення) і модуля переміщення *s*:**

$$A = F_s s = Fs\cos\alpha\,, \tag{3.14}$$

де α - кут між векторами сили $\vec{F}$ і переміщення $\vec{s}$.

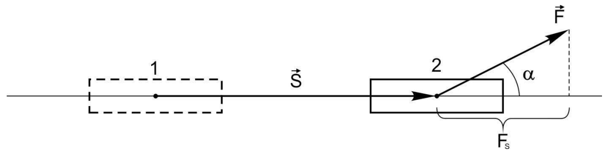


Рис. 3.7

Одиницею роботи в системі СІ є *Джоуль* (*Дж*):

$$1Дж = 1\ Н\cdot м\,.$$

У загальному випадку руху тіла за криволінійною траєкторією під дією змінної сили $\vec{F}$ (рис.3.8) спочатку знаходять елементарну роботу dA на малому переміщенні $d\vec{s}$, на якому модуль і напрямок сили можна вважати незмінними, а траєкторію прямолінійною: $dA = F_s ds$.

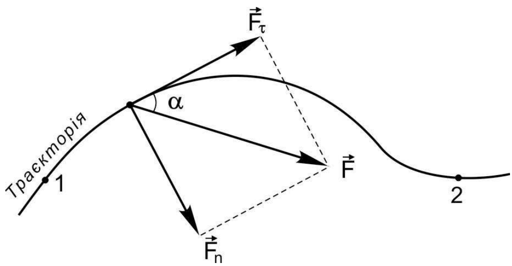


Рис. 3.8

Сумарну роботу A сили $\vec{F}$ на ділянці траєкторії від точки 1 до точки 2 знаходять інтегруванням:

$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 F_s\, ds .$$

Якщо силу $\vec{F}$ розкласти на тангенціальну і нормальну складові $\vec{F}_\tau$ і $\vec{F}_n$ (див. рис. 3.8), то, як видно з формули , роботу виконує тільки тангенціальна складова $\vec{F}_\tau$, дотична до траєкторії:

$$A = \int_1^2 \left|\vec{F}_\tau\right| ds = \int_1^2 F_s\, ds .$$

Консервативною (потенціальною) називають силу, робота якої визначається тільки початковим і кінцевим положеннями тіла і не залежить від шляху його переходу з одного положення в інше.

Консервативними є, наприклад, сили тяжіння, сили пружності. Усі центральні сили, як показує розрахунок, консервативні. Силове поле, в якому діють консервативні сили, називається *потенціальним*. Отже, робота консервативних сил по замкнутій траєкторії дорівнює нулю.

Потужність – це робота, що виконується в одиницю часу.

Миттєва потужність визначається за формулою:

$$N_{мит} = \frac{dA}{dt}.$$

Середня потужність визначається за формулою:

$$N = \frac{A}{t}.$$

У випадку рівномірного руху з постійними за модулем швидкістю υ і силою опору $F_{оп}$

$$N = F_{оп}\upsilon.$$

3.2.5. Кінетична і потенціальна енергія. Повна енергія тіла

В механіці розрізняють два види енергії - *кінетичну* енергію W_k (енергія руху) і *потенціальну* енергію W_p (енергія взаємодії). Сума $W_k + W_p = W$ є повна механічна енергія тіла (системи тіл).

Неважко встановити зв'язок між зміною кінетичної енергії W_k і роботою A сили $\vec{F}$, що змінює швидкість тіла від υ_1 до υ_2. Елементарна робота сили $\vec{F}$ на шляху ds дорівнює:

$$dA = F_s ds = m\frac{d\upsilon}{dt}dt = m\upsilon d\upsilon.$$

Тому

$$A = \int_{v_1}^{v_2} m\upsilon d\upsilon = \frac{m\upsilon_2^{\ 2}}{2} - \frac{m\upsilon_1^{\ 2}}{2} = W_{k_2} - W_{k_1}. \qquad (3.15)$$

Кінетична енергія поступального руху тіла визначається за формулою:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Згідно (3.15) робота результуючої сили дорівнює збільшенню кінетичної енергії тіла. Для елементарної роботи можна записати:

$$dA = dW_k\,. \tag{3.16}$$

Кінетична енергія тіла виміряється тією роботою, яку треба виконати, щоб збільшити його швидкість від нуля до даної величини, або роботою, яку це тіло, що володіє швидкістю v, може виконати до повної зупинки. У будь-якому випадку $W_k \geqslant 0$. Одиниці виміру енергії збігаються з одиницями роботи.

Потенціальною називається енергія, що залежить від взаємного розташування взаємодіючих тіл або частин одного тіла (конфігурації системи). Потенціальна енергія тісно зв'язана з існуванням силових полів (гравітаційного, електричного й ін.).

Якщо стан системи змінюється під дією тільки консервативних сил, то робота $A_{1\to 2}$ цих сил залежить лише від початкової 1 і кінцевої 2 конфігурацій системи. Це означає, що робота $A_{1\to 2}$ визначається зміною потенціальної енергії системи:

$$A_{1\to 2} = W_{p1} - W_{p2} = -(W_{p2} - W_{p1}),$$

де W_{p1}, W_{p2} - значення потенціальної енергії, що відповідають конфігураціям 1 і 2. **Робота консервативних сил дорівнює збитку потенціальної енергії**. Для елементарної роботи це твердження записується так:

$$dA = -dW_p\,.$$

Потенціальна енергія може бути визначена з точністю до довільної постійної величини С, значення якої не змінює різниці $W_{p1} - W_{p2}$, або величини dW_p. Тому в кожному конкретному випадку вибирають «нульову» конфігурацію системи, в якій потенціальна енергія приймається рівної нулю (нульовий рівень відліку W_p). Отже, **потенціальна енергія дорівнює роботі консервативних сил при переході системи з даної конфігурації в «нульову»**. Так, для тіла масою m, що піднято над поверхнею Землі (нульовий рівень) на висоту h, потенціальна енергія виражається формулою

$$W_{p1} = A_{1\to 0} = mgh\,.$$

Універсальної формули для розрахунку потенціальної енергії немає: її вид визначається характером взаємодії тіл (частин тіла) і їхнім розташуванням. Так, для випадку дії на тіло сил пружності одержимо:

$$W_p = \frac{kx^2}{2} + C ,$$

де C - довільна стала величина. Якщо прийняти $W_p = 0$ при $x = 0$ (деформації відсутні), то $C = 0$. При такому виборі нульового рівня потенціальна енергія тіла, що знаходиться під дією сил пружності, виражається формулою

$$W_p = \frac{kx^2}{2} .$$

Потенціальна енергія двох матеріальних точок, що притягаються за законом всесвітнього тяжіння, у випадку, якщо вона прагне до нуля при нескінченно великій відстані між точками:

$$W_p = -G\frac{m_1 m_2}{r} .$$

Механічна енергія лише один з виглядів енергії. *Повна енергія* тіла без врахування його взаємодії з іншими тілами може бути визначена за формулою, запропонованою Ейнштейном:

$$W = mc^2 , \qquad (3.17)$$

де m – маса тіла і c – швидкість світла у вакуумі. Співвідношення (3.17) є універсальним. З його допомогою можна визначити енергію, зв'язану з будь-яким видом матерії – речовиною, полем. З масою спокою m_0 зв'язана найменша енергія – енергія спокою:

$$W_0 = m_0 c^2 .$$

Різниця $mc^2 - m_0 c^2$ характеризує кінетичну енергію тіла.

Зміна повної енергії тіла супроводжується пропорційною зміною його маси:

$$\Delta W = \Delta mc^2 . \qquad (3.18)$$

Швидкість руху макроскопічних тіл звичайно мала в порівнянні зі швидкістю світла $(\upsilon << c)$. Тому

$$\frac{m\upsilon^2}{2} << mc^2.$$

Енергія не може існувати сама за собі, у відриві від матеріального носія – речовини, поля. Співвідношення (3.17) і (3.18) підтверджують існування глибокого і нерозривного зв'язку між матерією і рухом.

3.2.6. Закон збереження енергії в механіці

Якщо в замкнутій системі діють тільки консервативні сили, то робота dA цих сил при зміні конфігурації системи супроводжується зміною кінетичної й одночасно рівною їй за модулем, але протилежною за знаком зміною потенціальної енергії системи:

$$dA = dW_k = - dW_p .$$

Звідси

$$dW_k + dW_p = d\,(W_k + W_p) = 0 ,$$

або

$$W = W_k + W_p = const .$$

Повна механічна енергія замкнутої системи тіл, в якій діють тільки консервативні сили, не змінюється згодом.

У цьому полягає *закон збереження механічної енергії.* Значення величин W_k і W_p окремо можуть змінюватися, але їхня сума залишається постійною.

В реальних умовах у будь-якій системі поряд з консервативними діють також неконсервативні сили (наприклад, сили тертя) і повна механічна енергія системи зменшується, поступово переходячи в інші види. Зміна механічної енергії системи вимірюється роботою неконсервативних сил.

Крім механічної, відомі й інші види енергії: ядерна, електромагнітна, хімічна й ін., здатні перетворюватися друг у друга. Досвід показує:

В замкнутій системі загальна кількість енергії усіх видів залишається строго постійною незалежно від того, які процеси відбуваються в цій системі.

Так формулюється *закон збереження і перетворення енергії,* що є найбільш загальним законом природи. Він отриманий на основі узагальнення великої кількості досвідних даних. Він однаково добре виконується для макро- і мікросистем у всіх областях природознавства без яких-небудь порушень і виключень.

На основі законів збереження імпульсу й енергії можна пояснити поводження тіл або часток при зіткненнях. Тіла, які зштовхуються, можна вважати замкнутою системою, тому що виникаючі при короткочасному ударі внутрішні сили системи в багато разів перевершують зовнішні.

При абсолютно непружному ударі, коли в результаті зустрічі тіла поєднуються (зіткнення куль із сирої глини, стрибок людини в човен, влучення нейтрона в атомне ядро і т.ін.), закон збереження імпульсу виражається наступною рівністю:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \ ,$$

де $m_1\vec{v}_1, m_2\vec{v}_2$ – імпульси тіл до удару, $(m_1 + m_2)\vec{v}$ – загальний імпульс після удару.

Якщо $m_1\vec{v}_1 = -m_2\vec{v}_2$ (зустрічний рух тіл з рівними імпульсами), то після зустрічі тіла зупиняються $(\vec{v} = 0)$.

При абсолютно пружному ударі (близький до нього удар сталевих куль) тіла після зіткнення цілком відновлюють свою форму і внутрішню енергію. Це означає, що сумарна кінетична енергія тіл або часток при абсолютно пружному ударі не змінюється, а лише перерозподіляється між ними. При такому зіткненні виконуються закон збереження імпульсу і закон збереження кінетичної енергії. За цими законами можна визначити швидкості і кінетичні енергії часток після зіткнення.

3.3. Динаміка обертального руху твердого тіла

3.3.1. Основне рівняння динаміки обертального руху. Момент інерції. Момент імпульсу

Нехай тверде тіло обертається навколо закріпленої осі під дією сили $\vec{F}$, розташованої в площині, перпендикулярній осі обертання (на рисунку 3.9 точка 0 – слід осі обертання). Викликати обертання або змінити його швидкість може лише сила, момент якої щодо даної осі відмінний від нуля.

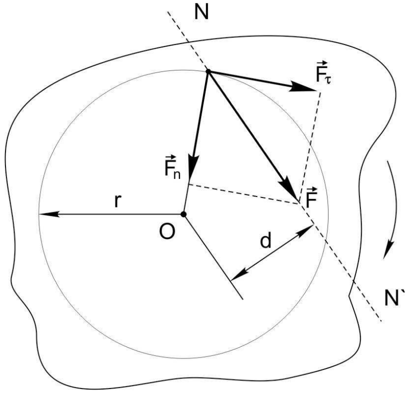


Рис. 3.9

Модуль M моменту сили $\vec{F}$ щодо деякої осі дорівнює добутку модуля F сили на плече d цієї сили (найкоротша відстань між віссю обертання і лінією дії сили NN):

$$M = Fd\ .$$

Силу $\vec{F}$ розкладемо на складові: тангенціальну $\vec{F}_\tau$ і нормальну $\vec{F}_n$. Відмінний від нуля момент має тільки сила $\vec{F}_\tau$ (її плечем є радіус r кола). Тому

$$M = F_\tau r\ .$$

Момент сили - осьовий вектор, його напрямок визначається *правилом правого гвинта.*

Розділимо уявно тверде тіло, що обертається, на n елементарних мас (матеріальних точок) $\Delta m_1, \Delta m_2, ... \Delta m_n$, що знаходяться на відстанях $r_1, r_2, ... r_n$, від осі обертання. Усі вони в даний момент мають однакові кутові швидкості $\vec{\omega}$ й однакові кутові прискорення $\vec{\varepsilon}$. Матеріальна точка масою Δm_i під дією сили $F_{\tau i}$ здобуває прискорення $a_{\tau i}$, рухаючи по колу з радіусом r_i (рис. 3.10).

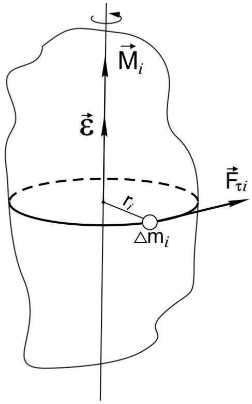


Рис. 3.10

За другим законом Ньютона

$$F_{\tau i} = \Delta m_i a_{\tau i}.$$

Якщо помножити цю рівність на r_i і виразити лінійне прискорення $a_{\tau i}$ через кутове ε, одержимо:

$$F_{\tau i} r_i = \Delta m_i r_i^2 \varepsilon,$$

або у векторній формі

$$\vec{M}_i = \Delta m_i r_i^2 \vec{\varepsilon}.$$

Вектори $\vec{M}$ і $\vec{\varepsilon}$ мають однакові напрямки.

Добуток $\Delta m_i \cdot r_i^2$ називається *моментом інерції і-тої матеріальної точки щодо деякої осі:*

$$I_i = \Delta m_i \cdot r_i^2.$$

Склавши вектори $\vec{M}_i$ для всіх матеріальних точок, одержимо:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{\varepsilon} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \cdot r_i^2, \qquad (3.19)$$

де $\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i$ - сумарний момент сил, прикладених до тіла, і

$$I = \sum_i^n \Delta m_i \cdot r_i^2$$

– *момент інерції тіла*, що дорівнює сумі моментів інерції всіх його матеріальних точок щодо осі обертання. З огляду на ці позначення, можна рівність (3.19) записати так:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \text{ або } \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}. \qquad (3.20)$$

Ця формула виражає *основне рівняння динаміки обертального руху твердих тіл* (другий закон Ньютона для обертального руху):

Кутове прискорення тіла, що обертається, прямо пропорційне сумарному моменту сил, прикладених до тіла, і обернено пропорційне моменту інерції тіла щодо осі обертання.

Векторна величина

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

називається *моментом імпульсу*. Напрямки векторів $\vec{L}$ і $\vec{\omega}$ збігаються. Для матеріальної точки з масою m модуль моменту імпульсу дорівнює:

$$L = mr^2\omega = mr^2\frac{\upsilon}{r} = mr\upsilon,$$

де r – радіус кругової траєкторії і υ – модуль лінійної швидкості матеріальної точки (рис. 3.11).

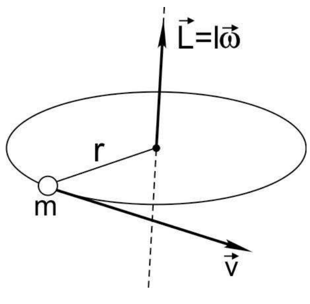


Рис. 3.11

Підставляючи в (3.20) вираз $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ і вважаючи для твердого тіла I = const, одержимо

$$\vec{M} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad . \tag{3.21}$$

Це найбільш загальний вигляд основного рівняння динаміки обертального руху:

Швидкість зміни моменту імпульсу тіла, що обертається, визначається сумарним моментом сил, які діють на це тіло.

З зіставлення формул (3.6), (3.20) видно, що **момент інерції I є аналогом маси і характеризує інертні властивості тіла при обертанні.** Момент інерції – скалярна величина, що залежить від маси тіл і її розподілу щодо осі обертання. Момент інерції обчислюється за формулою

$$I = \int_V r^2 \rho dV \, , \tag{3.22}$$

де ρ – густина речовини, V – об'єм тіла. На рисунках 3.12 і 3.13 приведені приклади моментів інерції для різних тіл щодо зазначених осей обертання, обчислених за формулою (3.22).

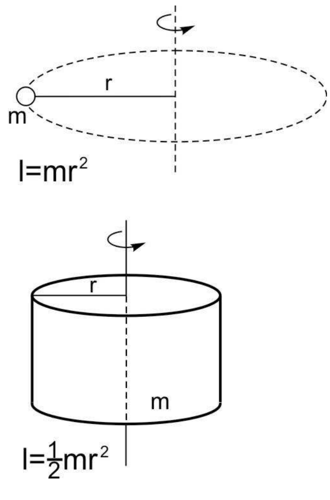


Рис. 3.12

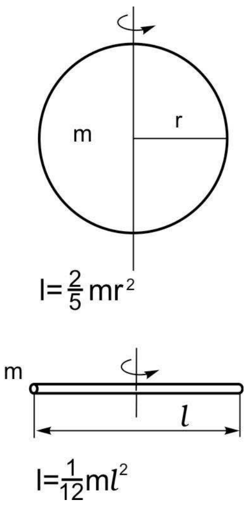


Рис. 3.13

Якщо знати момент інерції I_0 даного тіла щодо осі ОО, що проходить через центр мас С (рис.3.14), можна за *теоремою Гюйгенса - Штейнера* знайти момент інерції I цього тіла щодо осі O_1O_1, паралельної до даної осі ОО:

$$I = I_0 + md^2 \,,$$

де d – відстань між осями і m – маса тіла.

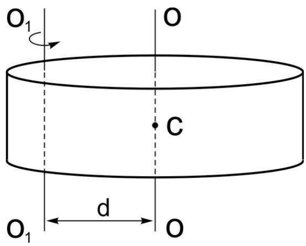


Рис.3.14

3.3.2. Закон збереження моменту імпульсу

Якщо сумарний момент зовнішніх сил, що діють на тіло або систему тіл, дорівнює нулю $(\vec{M}=0)$, то з формули (3.21) випливає, що

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=0,$$

або

$$\vec{L}=I\vec{\omega}=const.$$

Якщо сума моментів зовнішніх сил дорівнює нулю, то момент імпульсу системи не змінюється згодом.

У цьому складається *закон збереження моменту імпульсу.*

3.3.3. Кінетична енергія тіла, що обертається

Кінетична енергія тіла, що обертається, дорівнює сумі кінетичних енергій його часток:

$$W_k=\sum\frac{\Delta m_i\quad \upsilon_i^2}{2}.$$

Оскільки $\upsilon_i=\omega r_i$, то

$$W_k=\frac{\omega^2}{2}\sum\Delta m_i r_i^2=\frac{I\omega^2}{2}=\frac{L^2}{2I}, \qquad (3.23)$$

де I – момент інерції тіла щодо осі обертання.

Якщо тіло масою m одночасно бере участь у поступальному й обертальному рухах (наприклад, якщо котиться колесо), то вираз для кінетичної енергії має вигляд:

$$W_k=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}, \qquad (3.24)$$

де υ – швидкість центра мас, ω – кутова швидкість, I – момент інерції тіла щодо осі обертання, що проходить через центр мас.

3.4. Приклади розв'язання задач з механіки

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд $x = A + Bt + Ct^3$, де $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с^3.

Знайти координату x, проекції швидкості υ_x і прискорення a_x точки в момент часу $t = 2$ *с*.

Розв'язання. Координату x знайдемо, підставивши в рівняння руху числові значення коефіцієнтів A, B, C і часу t:

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0{,}5\ \ 2^3)\ м = 0.$$

Проекція швидкості на вісь x є перша похідна координати за часом:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Проекцію прискорення точки знайдемо, узявши першу похідну від проекції швидкості за часом:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct.$$

В момент часу $t = 2с$

$$\upsilon_x = (1\text{-}3 \cdot 0{,}5 \cdot 2^2)\ м/с = -5\ м/с;$$

$$a_x = 6(-0{,}5) \cdot 2м/с^2 = -6\ м/с^2.$$

Приклад 2. На похилій площині знаходиться вантаж $m_1=5$ *кг*, зв'язаний ниткою, що перекинута через блок, з іншим вантажем $m_2 = 2$ *кг* (рис.3.15). Коефіцієнт тертя між першим вантажем і площиною $k=0{,}1$; кут нахилу площини до обрію $\alpha = 37^0$. Визначити прискорення вантажів. При яких значеннях m_2 система буде знаходитися в рівновазі?

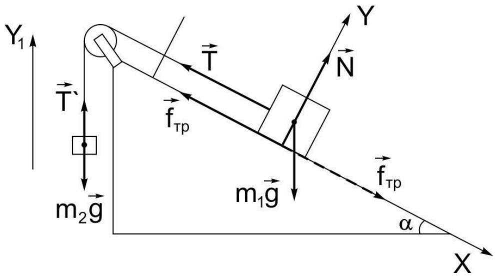


Рис. 3.15

Розв'язання. У задачі розглядаються два тіла, які зв'язані ниткою і здійснюють поступальний рух. Якщо нитку, як завжди, вважати нерозтяжною, то прискорення цих тіл рівні за модулем: $a_1 = a_2$.

На тіло маси m_1 діють сила ваги $m_1\vec{g}$, сила нормальної реакції $\vec{N}$ похилої площини, сила натягу $\vec{T}$ нитки і сила тертя $\vec{f}_{тр}$. Сила тертя спрямована у бік, протилежний швидкості тіла; якщо ж напрямок руху системи невідомий, то не можна вказати напрямок сили тертя. Але тому що сила тертя не може змінити напрямок руху на протилежний, то слід визначити спочатку напрямок руху при відсутності тертя, а потім уже розв'язувати задачу з урахуванням сили тертя.

Другий закон Ньютона для першого тіла без урахування сили тертя має вигляд:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N} \tag{1}$$

На тіло m_2 діють сила ваги $m_2\vec{g}$ і сила натягу $\vec{T}$ нитки:

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}' \ . \tag{2}$$

Якщо ввести осі координат і замінити векторні рівняння (1) і (2) скалярними, одержимо систему рівнянь, розв'язання якої дозволить визначити напрямок прискорення $\vec{a}_1$. Оскільки тіла не мали початкової швидкості, миттєва швидкість кожного з тіл збігається за напрямком з його прискоренням, отже, напрямок сили тертя, що діє на тіло m_1, буде відомо. Після цього можна розв'язувати задачу вже з урахуванням сили тертя. При цьому в рівняння (1) треба ввести в праву частину силу тертя, рівняння (2), мабуть, не зміниться. При розгляді умов рівноваги слід повторити всі міркування, з огляду на те, що в цьому випадку

$$a_1 = a_2 = 0\,. \tag{3}$$

Для заміни векторних рівнянь (1) і (2) скалярними, введемо для опису руху тіла m_1 осі x і y, тіла m_2 – вісь y (рис.3.15). З огляду на те, що внаслідок невагомості нитки і блоку $T'=T$, одержуємо:

$$m_1a_{1x} = m_1g\sin\alpha - T\,,\, m_2a_{2y} = T - m_2g\,,\, a_{1x} = a_{2y} \tag{4}$$

Після спільного розв'язання рівнянь (4) одержуємо:

$$a_{1x} = g\frac{m_1\sin\alpha - m_2}{m_1 + m_2} = 9{,}8\frac{5\cdot 0{,}6 - 2}{7} > 0\,.$$

Проекція вектора $\vec{a}$ на вісь х позитивна; це значить, що тіло m_1 рухається вниз по похилій площині, отже, сила тертя спрямована нагору по похилій площині.

Можна, не завертаючи до векторних рівнянь, ввести силу тертя в перше з рівнянь (4). При цьому слід врахувати, що

$$a_{1x} = a_{2y} = a, \quad f_{трx} = -f_{тр} = -kN.$$

Тоді

$$m_1 a = m_1 g \sin\alpha - T - kN, \qquad m_2 a = T - m_2 g\ .$$

Силу нормальної реакції N знайдемо з рівняння (1), записаного в скалярному вигляді для проекцій на вісь *y*:

$$a_{1y} = 0; \quad 0 = N - m_1 g \cos\alpha\,,$$

відкіля

$$N = m_1 g \cos\alpha\,.$$

Остаточно

$$\begin{aligned} m_1 a &= m_1 g \sin\alpha - T - k m_1 g \cos\alpha \\ m_2 a &= T - m_2 g \end{aligned} \tag{5}$$

Спільне розв’язання системи (5) дає

$$a = g\frac{m_1(\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_2}{m_1 + m_2} = 0{,}84\, м/с^2\ .$$

Умови рівноваги, що відповідають рівності нулю результуючої сили, що діє на кожне тіло, залежать, мабуть, від наявності сили тертя і її напрямків.

Якщо тертя немає, то, як випливає з розв’язання системи (4),

$$a_{1x} = g(m_1 \sin\alpha - m_2)/(m_1 + m_2)\ .$$

В умовах рівноваги $a_{1x} = 0$ і $m_2 = m_2^* = m_1 \sin\alpha = 3\, кг$.

Якщо $m_2 < m_2^*$, $a_{1x} > 0$ і тіло m_1 рухається вниз по похилій площині; якщо $m_2 > m_2^*$, $a_{1x} < 0$ і тіло m_1 рухається вгору по похилій площині.

В умовах рівноваги сила тертя є силою тертя спокою і її напрямок протилежний напрямкові можливого руху тіла m_1.

У першому випадку сила тертя спрямована нагору по похилій площині, і систему (4) з урахуванням того, що $a_{1x} = a_{2y} = 0$, можна переписати у вигляді

$$0 = m_1 g\, sin\,\alpha - T - f_{тр}\,, \quad 0 = T - m_2 g\,, \qquad (6)$$

відкіля

$$m_2 = m_1\, sin\alpha - \frac{f_{тр}}{g} \quad . \qquad (7)$$

В другому випадку $(m_2 > m_2^*)$ сила тертя спрямована вниз по похилій площині і рівняння (6) приймуть вид

$$0 = m_1 g\, sin\,\alpha - T + f_{тр}\,, \quad 0 = T - m_2 g\,.$$

В обох випадках сила тертя спокою $f_{тр} \le kN = km_1 g\, cos\,\alpha$.

З урахуванням цієї нерівності вирази (7) і (8) приймуть вид

$$m_2 \ge m_1(sin\,\alpha - k\,cos\,\alpha) = 2{,}6кг$$

$$m_2 \le m_1(sin\,\alpha + k\,cos\,\alpha) = 3{,}4кг$$

Легко бачити, що перша нерівність має сенс тільки, коли $sin\alpha > cos\alpha$. Обидві нерівності не суперечать одна одній, і рівновага має місце при $2{,}6кг \le m_2 \le 3{,}4кг$.

Граничним значенням маси m_2 відповідає найбільша сила тертя спокою $(f_{тр.макс} = kN)$. Якщо $m_2 = 2{,}6$ кг або $m_2 = 3{,}4$ кг,то при найменшому поштовху (у першому випадку – униз, у другому – нагору) почнеться рух системи. В обох випадках рух буде рівномірним.

Приклад 3. На спокійній воді ставка перпендикулярно до берега носом до нього стоїть човен масою M и довжиною L. На кормі стоїть людина масою m. На яку відстань s віддалиться човен від берега, якщо людина перейде з корми на ніс човна? Силами тертя й опору знехтувати.

Розв'язання. Систему людина - човен щодо горизонтального напрямку можна розглядати як замкнуту. Відповідно до наслідку з закону збереження імпульсу, внутрішні сили замкнутої системи тіл не можуть змінити положення центра мас системи. Застосовуючи цей наслідок до системи людина - човен, можна вважати, що при переміщенні людини по човну центр мас системи не змінить свого положення, тобто залишиться на колишній відстані від берега.

Нехай центр мас системи людина-човен знаходиться на вертикалі, що проходить у початковий момент через точку C_1 човна (рис.3.16), а після переміщення човна - через іншу її точку C_2. Оскільки вертикаль нерухома щодо берега, то шукане переміщення s човна щодо берега дорівнює переміщенню човна щодо вертикалі.

А останнє легко визначити за переміщенням центра мас О човни. Як видно з рис.3.16, у початковий момент точка О знаходиться на відстані l_1 ліворуч від вертикалі, а після переходу людини - на відстані l_2 праворуч від вертикалі. Отже, шукане переміщення човна

$$s = l_1 + l_2 . \qquad (1)$$

Для визначення l_1 і l_2 скористаємося тим, що результуючий момент сил, що діють на систему щодо горизонтальної осі, перпендикулярної до поздовжньої осі човна, дорівнює нулю. Тому для початкового положення системи $Mgl_1 = mg(l - l_1)$, відкіля

$$l_1 = m\mathbf{l} /(M + m).$$

Після переміщення човна $Mgd_2 = mg(L - d_2 - l)$, відкіля

$$L_2 = m(L - l)/(M - m)$$

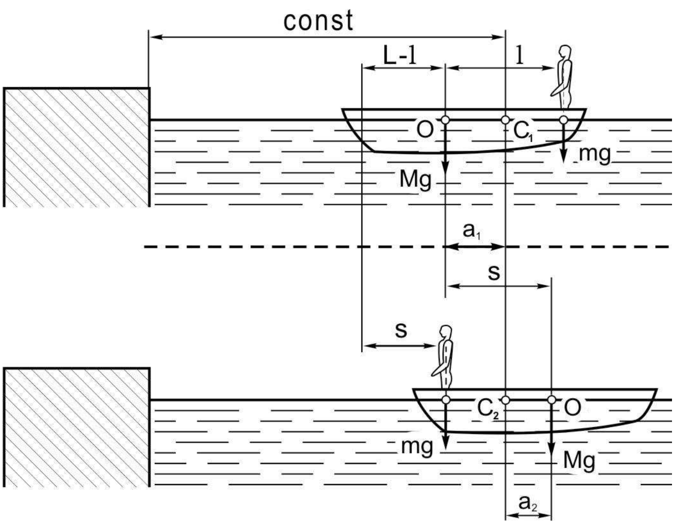


Рис.3.16

Підставивши отримані вирази l_1 і l_2 в рівняння (1), знайдемо:

$$s=\frac{m}{M+m}l+\frac{m}{M+m}(L-l), \quad \text{або} \quad s=\frac{m}{M+m}L.$$

Приклад 4. При пострілі з пружинного пістолета вертикально вгору куля масою $m = 20$ *г* піднялася на висоту $h = 5$ *м*. Визначити жорсткість k пружини пістолета, якщо вона була стиснута на $x = 10$ *см*. Масою пружини і силами тертя знехтувати.

Розв'язання. Розглянемо систему пружина - куля. Оскільки на тіла системи діють тільки консервативні сили, то для розв'язання задачі можна застосувати закон збереження енергії в механіці. Відповідно до нього повна механічна енергія E_1 системи в початковому стані (у даному випадку перед пострілом) дорівнює повної енергії E_2 у кінцевому стані (коли куля піднялася на висоту h), тобто

$$E_1=E_2, \quad \text{або} \quad T_1+П_1=T_2+П_2, \tag{1}$$

де $T_1, T_2, П_1, П_2$ – кінетичні і потенціальні енергії системи в початковому і кінцевому станах.

Тому що кінетичні енергії кулі в початковому і кінцевому станах дорівнюють нулю, то рівність (1) приймає вигляд:

$$П_1=П_2. \tag{2}$$

Приймемо потенціальну енергію кулі в поле сил тяжіння Землі, коли куля знаходиться на стиснутій пружині, рівною нулю, а висоту підйому кулі будемо відраховувати від торця стиснутої пружини. Тоді енергія системи в початковому стані буде дорівнювати потенціальній енергії стиснутої пружини, тобто $П_1=\frac{1}{2}kx^2$, а в кінцевому стані – потенціальній енергії кулі на висоті h, тобто $П_2=mgh$.

Підставивши вирази $П_1$, $П_2$ у формулу (2), знайдемо $\frac{1}{2}kx^2 = mgh$, відкіля

$$k=\frac{2mgh}{x^2}. \tag{3}$$

Підставимо у формулу (3) значення величин і зробимо обчислення:

$$k = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5}{(0,1)^2} Н/м = 196 \quad Н/м .$$

Приклад 5. Куля масою m_1, що рухається горизонтально з деякою швидкістю υ_1, зіштовхнулася з нерухомою кулею масою m_2. Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. Яку частку ε своєї кінетичної енергії перша куля передала другій?

Розв'язання. Частка енергії, переданої першою кулею другій, виразиться співвідношенням

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^{\,2}}{m_1 \upsilon_1^{\,2}} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2 , \qquad (1)$$

де T_1 – кінетична енергія першої кулі до удару; u_2 і T_2 -швидкість і кінетична енергія другої кулі після удару.

Як видно з формули (1), для визначення ε треба знайти u_2. Відповідно до умови задачі, імпульс системи двох куль щодо горизонтального напрямку не змінюється і механічна енергія куль в інші види не переходить. Користуючись цим, знайдемо:

$$m_1\upsilon_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 , \qquad (2)$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^{\,2}}{2} = \frac{m_1 u_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2 u_2^{\,2}}{2} . \qquad (3)$$

Вирішимо спільно рівняння (2) і (3):

$$u_2 = \frac{2 m_1 \upsilon_1}{m_1 + m_2} .$$

Підставивши цей вираз u_2 у формулу (1), одержимо:

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2 m_1 \upsilon_1}{\upsilon_1 (m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} .$$

Зі знайденого співвідношення видно, що частка переданої енергії залежить тільки від мас куль, що зіштовхуються.

Приклад 6. Через блок у вигляді суцільного диску, що має масу $m = 80$ *г* (рис. 3.17), перекинута тонка гнучка нитка, до кінців якої підвішено вантажі з масами $m_1 = 100$ *г* и $m_2 = 200$ *г*. Визначити прискорення, з яким будуть рухатися вантажі, якщо їх надати самим собі. Тертям і масою нитки знехтувати.

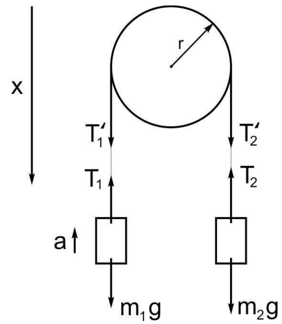


Рис.3.17

Розв'язання. Розглянемо сили, що діють на кожен вантаж і на блок окремо. На кожен вантаж діють дві сили: сила ваги і сила пружності (сила натягу нитки). Направимо вісь *x* вертикально вниз і напишемо для кожного вантажу рівняння руху (другий закон Ньютона) у проекціях на цю вісь.

Для першого вантажу

$$T_1 - m_1 g = m_1 a\,; \tag{1}$$

для другого вантажу

$$m_2 g - T_2 = m_2 a\,. \tag{2}$$

Під дією моментів сил $T`_1$ і $T`_2$ щодо осі z, перпендикулярної до площини креслення і спрямованої за креслення, блок здобуває кутове прискорення ε. Відповідно до основного рівняння динаміки обертального руху,

$$T`_2 r - T`_1 r = J_z \varepsilon, \tag{3}$$

де $\varepsilon = a/r$; $J_z = 1/2mr^2$ – момент інерції блоку (суцільного диска) щодо осі z.

Відповідно до третього закону Ньютона, з урахуванням невагомості нитки $T`_1 = T_1$, $T`_2 = T_2$. Скориставшись цим, підставимо в рівняння (3) замість $T`_1$ і $T`_2$ вирази T_1 і T_2, одержавши їх попередньо з рівнянь (1),(2) і

$$(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = mr^2 a/(2r).$$

Після скорочення на r і перегрупування членів знайдемо:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2}\, g. \qquad (4)$$

Формула (4) дозволяє маси m_1, m_2 і m виразити в грамах, як вони дані в умові задачі, а прискорення – в одиницях СІ. Після підстановки числових значень у формулу (4) одержимо

$$a = \frac{(200 - 100)г}{(200 + 100 + 80/2)г} \cdot 9{,}81 м/с^2 = 2{,}88 м/с^2.$$

Приклад 7. Маховик у вигляді суцільного диску з радіусом $R = 0{,}2$ *м* і масою $m = 50$ *кг*, розкручений до частоти обертання $n_1 = 480$ *хв*$^{-1}$ і наданий сам собі. Під дією сил тертя маховик зупинився через $t = 50$ *с*. Знайти момент M сил тертя.

Розв'язання. Для розв'язання задачі скористаємося основним рівнянням динаміки обертального руху у вигляді :

$$d L_z = M_z dt, \qquad (1)$$

де dL_z – зміна проекції на вісь z моменту імпульсу маховика, що обертається щодо осі z, яка збігається з геометричною віссю маховика, за інтервал часу dt; M_z – момент зовнішніх сил (у даному випадку момент сил тертя), що діють на маховик, щодо осі z.

Можна вважати, що момент сил тертя не змінюється з часом ($M_z = const$), тому інтегрування рівняння (1) приводить до виразу:

$$\Delta L_z = M_z \Delta t. \qquad (2)$$

При обертанні твердого тіла щодо нерухомої осі зміна проекції моменту імпульсу

$$\Delta L_z = J_z \Delta\omega, \qquad (3)$$

де J_z – момент інерції маховика щодо осі z; $\Delta\omega$ – зміна кутової швидкості маховика.

Дорівнявши праві частини рівностей (2) і (3), одержимо

$$M_z \Delta t = J_z \Delta\omega,$$

відкіля:

$$M_z = J_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Момент інерції маховика у вигляді суцільного диска визначається за формулою:

$$J_z = \frac{1}{2} mR^2 .$$

Зміну кутової швидкості $\Delta\omega = \omega - \omega_1$ виразимо через кінцеву n_2 і початкову n_1 частоти обертання, користуючись співвідношенням

$$\omega = 2\pi n:$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi (n_2 - n_1).$$

Підставивши в формулу (4) вирази J_z і $\Delta\omega$, одержимо:

$$M_z = \pi m^2 (n_2 - n_1)/\Delta t. \qquad (5)$$

Перевіримо, чи дає розрахункова формула одиницю моменту сили ($Н \cdot м$). Для цього в праву частину формули замість символів величин підставимо їхні одиниці виміру:

$$\frac{[m][R^2][n]}{[t]} = \frac{1кг \cdot 1м^2 \cdot 1с^{-1}}{1с} = 1кг \cdot м \cdot с^{-2} \cdot 1м = 1Н \cdot м$$

Підставимо в рівняння (5) числові значення величин і зробимо обчислення, враховуючи, що $n_1 = 480\ хв^{-1} = 480/60\ с^{-1} = 8\ с^{-1}$:

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot (0{,}2)^2 \cdot (0-8)}{50} Н \cdot м = -1Н \cdot м$$

Знак мінус показує, що момент сил тертя справляє на маховик гальмуючу дію.

Приклад 8. Платформа у вигляді суцільного диска з радіусом $R = 1{,}5\ м$ і масою $m = 180\ кг$ обертається навколо вертикальної осі з частотою $n = 10\ хв^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою $m_2 = 60\ кг$. Яку лінійну швидкість v підлоги приміщення буде мати людина, якщо вона перейде на край платформи?

Розв'язання. Відповідно до умови задачі, момент зовнішніх сил щодо осі обертання z, що збігається з геометричною віссю платформи, можна вважати рівним нулю. При цій умові проекція L_z моменту імпульсу системи платформа - людина залишається постійною:

$$L_z = const, \tag{1}$$

З урахуванням початкового і кінцевого станів рівняння (1) прийме вигляд:

$$(J_{10} + J_{20})\,\omega_0 = (J_1 + J_2)\,\omega , \tag{2}$$

де:

значення моментів інерції J_{10} і J_{20} платформи і людини відповідно відносяться до початкового стану системи; J_1 і J_2 - до кінцевого стану; ω_0 , ω – початкова і кінцева кутові швидкості.

Момент інерції платформи щодо осі z при переході людини не змінюється:

$$J_{10}=J_1=1/2m_1R^2.$$

Момент інерції людини щодо тієї ж осі буде змінюватися. Якщо розглядати людину як матеріальну точку, то її момент інерції J_{20} в початковому стані (в центрі платформи) можна вважати рівним нулю. В кінцевому стані (на краю платформи) момент інерції людини

$$J_2 = m_2R^2.$$

Підставимо у формулу (2) вирази моментів інерції, початкової кутової швидкості обертання платформи з людиною ($\omega = 2\pi n$) і кінцевої кутової швидкості ($\omega = \upsilon/R$), де υ – швидкість людини щодо підлоги і одержимо:

$$(1/2m_1R^2 + 0)\,2\pi n = (1/2m_1R^2 + m_2R^2)\,\upsilon/R.$$

Після скорочення на R^2 і простих перетворень знаходимо швидкість:

$$\upsilon = 2\pi nRm_1/(m_1+2m_2).$$

Контрольна робота № 1 (механіка)

101. Матеріальна точка рухається в площині xy. Залежності її координат від часу даються рівняннями $x(t)=(3+7t-2t^2)$ *м* і $y(t)=(2-t+0,2t^2)$ *м*. Знайти модуль швидкості і прискорення точки в моменти часу $t=0; 5$ *с*.
102. Дві матеріальні точки рухаються так, що залежність координат від часу мають вигляд $x_1=(10+32t-3t^2)$ *м* і $x_2=5(1+t^2)$ *м*. У який момент часу швидкості цих точок однакові? Чому дорівнюють швидкості і прискорення точок у цей момент часу? Знайти координату зустрічі точок.
103. Точка рухається прямолінійно відповідно до рівняння $x=(6t+0,125t^3)$ *м*. Визначити середню швидкість точки в інтервалі часу від *2* до *6 с*. Знайти прискорення точки в моменти $t_1=2$ *с* і $t_2=6$ *с*.
104. Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь $x_1=(2t+8t^2-16t^3)$ *м* і $x_2=(2t-4t^2+t^3)$ *м*. У який момент часу прискорення цих точок будуть однакові? У який момент часу вони зустрінуться, і чому буде дорівнювати координата зустрічі? Які будуть швидкості і прискорення точок у цей момент часу?
105. Закони руху двох матеріальних точок можна виразити рівняннями $x_1=(20+2t-4t^2)$ *м* і $x_2=(2+2t+0,5t^2)$ *м*. У який момент часу швидкості цих точок будуть однакові? Знайти час і координату зустрічі цих точок. Чому дорівнюють швидкості і прискорення в цей момент?
106. Точка рухається по колу радіусом *0,3 м* із постійним кутовим прискоренням. Визначити тангенціальне прискорення точки, якщо відомо, що за час *4 с* вона зробила *3* оберти і наприкінці третього оберту її нормальне прискорення дорівнює *2,7 м/с*^{2}. Знайти залежність кута повороту точки від часу.
107. Точка рухається по колу радіусом *4 м*. Закон по якому змінюється її координата є рівняння $S=(8-2t^2)$ *м*. Знайти момент часу, коли нормальне прискорення точки буде дорівнювати *9 м/с*^{2}, швидкість, тангенціальне і повне прискорення точки в цей момент часу. Визначити кількість обертів, що зробить точка до цього моменту.
108. Колесо обертається так, що залежність кута повороту радіуса колеса від часу дається рівнянням $\varphi=(2+t+t^2+t^3)$ *рад*. Знайти радіус колеса, якщо відомо, що до кінця другої секунди обертання для точок, що лежать на ободі колеса, нормальне прискорення дорівнює $3,46\cdot10^2$ *м/с*^{2}. Визначити число обертів, що зробить

колесо за цей час, кутову швидкість і кутове прискорення в момент часу *2 с.*

109. Знайти в скільки разів нормальне прискорення точки, що лежить на ободі колеса, більше її тангенціального прискорення для того моменту, коли вектор повного прискорення цієї точки складає кут 30^o із вектором її лінійної швидкості. Знайти цей момент часу, повне прискорення і лінійну швидкість точки, якщо залежність кута повороту від часу $\alpha=(3t^3)$ *рад* і $R=0{,}5$ *м*.

110. Точка рухається по колу радіусом *10 см*. Залежність шляху від часу дається рівнянням $S=(0{,}001t^3)$ *м*. Визначити нормальне, тангенціальне і повне прискорення точки в момент, коли лінійна швидкість точки дорівнює *0,3 м/с*. Який кут складає вектор повного прискорення з вектором лінійної швидкості в цей момент часу?

111. На кінцях канату довжиною *12 м* і масою *6 кг* укріплені два вантажі, маси яких рівні *2* і *12 кг*. Канат, який перекинуто через нерухомий блок, починає ковзати по ньому без тертя. Який натяг канату буде в його середині в той момент, коли довжина його по один бік блока досягне *8 м*?

112. Велосипедист має масу *70 кг* і може розвивати потужність *600 Вт*. По якому максимальному ухилу може підніматися велосипедист при коефіцієнті тертя *0,2*? З якою швидкістю він буде при цьому рухатись?

113. Яка повинна бути максимальна довжина опуклого мосту радіусом *100 м*, щоб автомобіль міг проходити по ньому зі швидкістю *90 км/ч*, не відриваючись від полотнини дороги?

114. М'яч, що котиться без ковзання по підлозі, після пружнього удару об стінку відлетів від неї під кутом *45°* до горизонту. Чому дорівнює коефіцієнт тертя між м'ячем і стінкою?

115. Тіло штовхають нагору по похилій площині, що утворює кут *30°* з горизонтом. Коефіцієнт тертя між тілом і площиною дорівнює *0,2*, початкова швидкість тіла *3 м/с*. Визначити швидкість, із якої тіло повернеться у початкову точку і час руху тіла.

116. На якій відстані від центру Землі знаходиться точка, у якій напруженість сумарного гравітаційного поля Землі і Місяця дорівнює нулю? Прийняти, що маса Землі в *81* раз більше, ніж маса Місяця, і що відстань від центру Землі до центру Місяця дорівнює *60* радіусам Землі.

117. На екваторі деякої планети вага тіл удвічі менша, ніж на полюсі. Визначити середню густину речовини планети, якщо період її обертання навколо власної осі дорівнює *2 год. 27 хв. 30 с.*

118. Період обертання штучного супутника Землі дорівнює *2 год*. Вважаючи орбіту супутника коловою, знайти, на якій висоті над поверхнею Землі рухається супутник, чому дорівнює прискорення сили тяжіння на цій висоті?
119. На яку висоту підніметься ракета, яка запускається вертикально вгору, якщо початкова швидкість ракети буде дорівнювати першій космічній швидкості?
120. Яку швидкість відносно поверхні Землі повинний мати штучний супутник, щоб летіти по коловій орбіті, розташованій в площині екватора на висоті *1600 км* над Землею?
121. Вантаж масою *0,5 кг* падає з висоти *2 м* на верхній кінець спіральної пружини з жорсткістю *10 кН/м* і масою *1 кг*. Визначити найбільше стискання пружини, якщо удар абсолютно пружній.
122. Дві пружини однакової довжини, що мають жорсткості *980 Н/м* і *1960 Н/м* з'єднані між собою кінцями. Яку роботу потрібно виконати, щоб розтягти пружини на *1 см*? Чому буде дорівнювати ця робота, якщо пружини будуть з'єднані між собою тільки одним кінцем?
123. Дві пружини жорсткістю $к_1$*=1 кН/м* і $к_2$*=3 кН/м* з'єднані паралельно. Визначити стискання пружин, якщо на них падає тіло масою *2 кг* із висоти *5 м*. Удар вважати абсолютно непружним.
124. Дві пружини жорсткістю $к_1$*=300 Н/м* і $к_2$*=500 Н/м* з'єднані послідовно. Визначити роботу розтягання обох пружин, якщо друга пружина була розтягнута x_2*=3 см*.
125. З пружинного пістолета стріляють вертикально вгору. На яку висоту підніметься кулька масою *10 г* при пострілі, якщо пружину було стиснуто на *5 см*, а її жорсткість – *200 кН/м*? Чому буде дорівнювати швидкість кульки в момент вильоту?
126. Вантаж масою *0,5 кг* падає з деякої висоти на плиту масою *1 кг*, укріплену на пружині з жорсткістю 10^3 *Н/м*. Визначити найбільший стиск пружини, якщо в момент удару вантаж мав швидкість *5 м/с*. Удар вважати непружнім.
127. Вагон масою *20 т*, що рухався зі швидкістю *1 м/с*, налетів на пружинний буфер, що складається з чотирьох паралельно розташованих пружин, і зупинився, стиснувши пружини на *10 см*. Визначити жорсткість кожної пружини.
128. Гиря, покладена на верхній кінець спіральної пружини, стискає її на x_1*=2 мм*. На скільки стисне пружину та ж гиря, якщо впаде на кінець пружини з висоти *10 см*.
129. Є дві пружини жорсткістю *1 кН/м* і *3 кН/м*. Визначити якому (послідовному або паралельному) з'єднанню пружин відповідає

мінімум потенціальної енергії системи при абсолютній деформації $\Delta l = 5$ *см*.

130. Пластинка масою *0,2 кг* лежить на горизонтальному столі. У центрі пластинки укріплена легка пружинка жорсткістю *1 кН/м*. Яку роботу потрібно виконати, щоб на пружині підняти пластинку на висоту *10 см* над поверхнею столу?

131. Яку максимальну частину своєї кінетичної енергії може передати частинка масою $m_1 = 2 \cdot 10^{-25}$ *кг* , пружньо зіштовхуючись із частинкою масою $m_2 = 8 \cdot 10^{-25}$ *кг*, що до зіткнення була нерухомою?

132. Абсолютно пружна куля масою $m_1 = 1,8$ *кг*, що рухається зі швидкістю *4 м/с*, стикається з нерухомою пружною кулею більшої маси. В результаті центрального прямого удару куля втратила *36%* своєї кінетичної енергії. Визначити масу більшої кулі і швидкості куль після зіткнення.

133. На нерухому кулю налітає зі швидкістю *4 м/с* інша куля, маса якої вдвічі більше першої. У результаті зіткнення куля змінила напрямок руху на кут *30°*. Визначити швидкості куль після зіткнення. Удар вважати абсолютно пружним.

134. Куля масою *0,2 кг*, що рухається зі швидкістю *10 м/с*, стикається з нерухомою кулею масою *0,8 кг*. Швидкості куль після удару складають кут *90°*. Визначити швидкості куль після зіткнення. Удар вважати абсолютно пружнім.

135. Снаряд, що летить із швидкістю *300 м/с*, розірвався на два осколки. Менший осколок, маса якого складає *20%* від загальної маси снаряда, полетів із швидкістю *200 м/с*, спрямованою під кутом *30°* до напрямку швидкості снаряда. Визначити швидкість і напрямок руху більшого осколка. Яка частина енергії снаряда була втрачена в результаті вибуху?

136. Куля, що рухалася горизонтально, зіштовхнулася з нерухомою кулею і передала їй *64%* своєї кінетичної енергії. Кулі абсолютно пружні, удар прямий центральний. В скільки разів маса другої кулі більше маси першої?

137. Дерев'яна куля масою *10 кг* підвішена на нитці довжиною *2 м*. У кулю потрапляє кулька масою *5 г*, що летить горизонтально, і застряє в ній. Визначити мінімальну швидкість кульки необхідну для того, щоб куля з кулькою зробила повний оберт. Розміром кулі знехтувати, зіткнення кульок вважати центральним.

138. Куля масою *2 кг* рухається зі швидкістю *3 м/с* і стикається з кулею масою *1 кг*, що рухається йому назустріч із швидкістю *4 м/с*.

Визначити швидкості куль після прямого центрального удару. Удар вважати абсолютно пружнім.

139. Куля масою *2 кг* рухається зі швидкістю *3 м/с* і стикається з кулею масою *1 кг,* що рухається зі швидкістю *4 м/с* так, що кут між швидкостями дорівнює *60°*. Визначити швидкості куль після центрального абсолютно непружного удару.

140. Куля масою *2 кг* рухається зі швидкістю *4 м/с* і стикається з нерухомою кулею масою *5 кг*. Визначити швидкості куль після прямого центрального абсолютно непружного удару й обчислити роботу, здійснену при деформації куль.

141. Атом розпадається на дві частини масами $m_1 = 1{,}6\cdot 10^{-25}$ *кг* і $m_2 = 2{,}3\ 10^{-25}$ *кг.* Визначити кінетичні енергії частин атома, якщо їхня загальна кінетична енергія складає $2{,}2\ 10^{-11}$ *Дж.* Кінетичною енергією й імпульсом атома до розпаду знехтувати.

142. Двом однаковим маховикам, що знаходяться в спокої, надали однакову кутову швидкість *63 рад/с* і дозволили рухатися довільно. Під дією сил тертя перший маховик зупинився через одну хвилину, а другий зробив до повної зупинки *360* обертів. У якого маховика гальмуючий момент був більше і в скільки разів?

143. На вал, жорстко прикріплений до стелі ліфта, намотано шнур, до якого прив'язана гиря масою *1 кг*. З яким прискоренням буде рухатися гиря відносно ліфта і відносно землі, якщо маса вала *12 кг,* а ліфт піднімається з прискоренням *2* $м/с^2$.

144. На східчастий циліндричний блок (R_1 *= 0,1 м* і R_2 *= 0,25 м)* намотано в протилежних напрямках дві невагомі нерозтяжні нитки, до кінців яких прикріплено вантажі масами *1 кг* і *3 кг*. Знайти кутове прискорення блока, сили натягу, що діють на нього, якщо момент інерції всього блока дорівнює *0,37* $кг\,м^2$.

145. Через блок, виконаний у вигляді колеса, перекинуто нитку, до кінців якої прив'язані вантажі масами *0,1 кг* і *0,3 кг*. Маса колеса *0,2 кг* і можна вважати, що вона рівномірно розподілена по його ободу. Визначити прискорення, з яким будуть рухатися вантажі, і сили натягу нитки з обох боків блока.

146. Диск радіусом *0,2 м* і масою *7 кг* обертається так, що залежність кута повороту від часу описується рівнянням $\varphi=(3-t+0{,}1t^3)$ *рад*. Знайти закон, по якому змінюється обертальний момент, що діє на диск. Визначити момент сил, кутову швидкість і прискорення диска в момент часу *2 с*.

147. Суцільний циліндр скотився без прослизання з похилої площини висотою *1,5 м*. Визначити швидкість центру інерції циліндра біля основи похилої площини.

148. Через блок радіусом *0,1 м* перекинули шнур, до кінців якого прив'язані вантажі масами *0,1 кг* і *0,2 кг*. Система починає рухатися, при цьому вантажі рухаються з прискоренням $3\ м/с^2$. Визначити момент інерції блока. Тертям при обертанні знехтувати.
149. Через нерухомий блок масою *0,2 кг* перекинуто шнур, до кінців якого підвішені вантажі масами *0,3 кг* і *0,5 кг*. Визначити прискорення вантажів і сили натягу шнура з обох боків блока під час руху вантажів, якщо вважати, що маса блока рівномірно розподілена по ободі.
150. Куля котиться по горизонтальній поверхні зі швидкістю *2 м/с* без прослизання і вкочується на похилу площину, яка складає з горизонтом кут *45°*. Визначити шлях, що пройде куля по похилій площині до повної зупинки.
151. На барабан радіусом *0,5 м*, момент інерції якого дорівнює $0,1\ кг\ м^2$, намотано шнур, до кінця якого прив'язано вантаж масою *0,5 кг*. До початку обертання барабана висота вантажу над підлогою дорівнювала *1 м*. Через який час вантаж опуститься до підлоги? Знайти кінетичну енергію вантажу в момент удару об підлогу, силу натягу нитки і прискорення вантажу. Тертям знехтувати.
152. Кулька радіусом *6 см* катається по дну сферичної чашки радіусом *1,2 м*. Припускаючи, що ці коливання можна вважати незатухаючими, визначити їхній період.
153. На лавці Жуковського стоїть людина і тримає у витягнутих руках на відстані *1,5 м* одне від одного дві гирі. Лавка обертається з частотою *1 об/с*. Людина зближує гирі до відстані *0,8 м* і частота обертів збільшується до *1,5 об/с*. Визначити роботу, здійснену людиною, якщо кожна гиря має масу *2 кг*. Момент інерції людини відносно осі обертання лавки вважати постійним.
154. Вертикальний стовп висотою *5 м* підпилюється в основі і падає на землю. Визначити лінійну швидкість його верхнього кінця в момент удару об землю. Яка точка стовпа буде в будь-який момент падіння стовпа мати ту ж швидкість, яку мало б тіло, падаючи з такої ж висоти, як і дана точка?
155. На лавці Жуковського стоїть людина і тримає в руках стрижень, розташований вертикально уздовж осі обертання лавки. Стрижень співпадає з віссю обертання колеса, розташованого на верхньому кінці стрижня. Лавка нерухома, колесо обертається з частотою *10об/с*. З якою кутовою швидкістю буде обертатися лавка, якщо людина поверне стрижень на кут *180°* і колесо опиниться на нижньому кінці стрижня? Сумарний момент інерції лавки і

людини *6 кг* $м^2$, радіус колеса *0,2 м*, маса колеса *3 кг* і розподілена по його ободу. Вважати, що центр ваги колеса знаходиться на осі платформи.

156. Людина стоїть на лавці Жуковського і ловить рукою м'яч масою *0,4 кг*, що летить у горизонтальному напрямку зі швидкістю *20 м/с*. Траєкторія м'яча проходить на відстані *0,8 м* від вертикальної осі обертання лавки. З якою кутовою швидкістю почне обертатися лавка Жуковського з людиною, що впіймала м'яч? Вважати, що сумарний момент інерції людини і лавки дорівнює *6* $кгм^2$.
157. Платформа у вигляді диска масою *240 кг* обертається по інерції з частотою *60 об/хв*. На краю платформи стоїть людина, маса якої *80 кг*. З якою частотою буде обертатися платформа, якщо людина перейде в її центр? Момент інерції людини розраховувати, як для матеріальної точки.
158. На лавці Жуковського (диск радіусом *1 м* і масою *80 кг*) стоїть людина і тримає в руках стрижень довжиною *1,5 м* і масою *5 кг*, розташований вертикально по осі обертання лавки. Лавка з людиною обертається з кутовою швидкістю *1 рад/с*. З якою кутовою швидкістю буде обертатися лавка з людиною, якщо повернути стрижень так, щоб він зайняв горизонтальне положення? Вважати що центр ваги стрижня з людиною знаходиться на осі платформи. Момент інерції людини відносно осі лавки *0,75 кг* $м^2$.
159. Платформа, що має форму диска, може обертатися біля вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина. На який кут повернеться платформа, якщо людина піде уздовж краю платформи і, обійшовши її, повернеться у початкову точку? Маса платформи *240 кг*, маса людини *60 кг*.
160. Кулька масою *50 г*, прив'язана до кінця нитки довжиною *1 м*, обертається з частотою *1 об/с*, спираючись на горизонтальну площину. Нитка стає коротшою, наближуючи кульку до осі обертання на відстань *0,5 м*. З якою частотою буде при цьому обертатися кулька? Яку роботу виконує зовнішня сила, що робить нитку коротшою? Тертям кульки об площину знехтувати.
161. Кулька, радіус якої дорівнює *10 см*, зкочується по похилому жолобу й описує “мертву петлю” радіуса *1 м*. Не враховуючи тертя, знайти найменшу висоту центру кульки над центром петлі, при котрій це можливо.
162. На тіло масою *10 кг* діє сила що пропорційна часу: $F=kt$, де $k=3$ *Н/с*. Знайти закон руху тіла при умовах, що при $t=0$ тіло має початкову швидкість *0,6 м/с* і координату *8 м*.

163. Молоток масою *1 кг,* що рухається зі швидкістю *6 м/с,* ударяє по цвяху і заганяє цього на *1,5 см* в деревний брусок. Визначити час, необхідний для зупинки молотка після удару і силу, що діє на цвях. Вважати рух молотка рівноуповільненим.

164. Через невагомий блок, що обертається без тертя, перекинуто нитку, до кінців якої прикріплено вантажі *2 кг* і *4 кг.* Більший вантаж піднімають настільки, щоб другий вантаж торкнувся підлоги і відпускають. На яку висоту підніметься менший вантаж після того, як більший вдариться об підлогу, якщо висота підйому більшого вантажу дорівнює *0,3 м*?

165. На клин масою *1 кг* і кутом з горизонтом 30^0, що лежить на столі, покладено брусок масою *0,3 кг.* Визначити прискорення бруска та клина відносно столу і сили реакції, що діють на клин та брусок. Тертям знехтувати.

166. Трамвайний вагон до початку гальмування рухався рівномірно. В момент зупинки на нього діяла гальмуюча сила *400 кН.* Визначити залежність гальмуючої сили від часу і її значення через *3 с* після початку гальмування, якщо відомо, що шлях гальмування в залежності від часу змінювався за законом $S(t) = (196t - t^3)$ *м.*

167. По похилій площині з кутом 45^0 до горизонту ковзає шайба і в кінці спуску вдаряється об стінку розташовану перпендикулярно похилій площині. Визначити, на яку висоту піднімається шайба по площині, якщо спочатку шайба знаходилась на висоті *4 м.* Коефіцієнт тертя шайби об площину дорівнює *0,2.* Удар вважати абсолютно пружнім.

168. Сейф масою *10 т* має бути завантажено у вантажівку висотою *1,5 м* за допомогою дошок довжиною *6 м.* Визначити найменшу силу необхідну для переміщення сейфу, якщо коефіцієнт тертя *0,35.* Чому дорівнює робота по завантаженню сейфа у вантажівку?

169. Швидкість вітру, що надимає парус площею *25* $м^2$ дорівнює *20 м/с.* Сила, що при цьому діє на парус, має вигляд $F = \alpha s \rho\ (\upsilon_0 - \upsilon)^2/2$, де $\alpha = 3$ – безрозмірний коефіцієнт, ρ = *1,2* $кг/м^3$ – густина повітря, υ - швидкість судна, υ_0 - швидкість вітру. Визначити умови, при яких потужність вітру максимальна. Знайти роботу сили вітру за час *60 с.*

4. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

4.1. Основні поняття і величини

Молекулярна фізика на основі уявлень про молекулярний рух пояснює фізичні властивості речовини в газоподібному, рідкому і твердому стані, явища переходу з одного стану в інший, а також фізичні процеси, що відбуваються в речовині при зовнішніх впливах.

Молекулярна фізика вивчає явища, що є результатом сукупної дії величезної кількості частинок.

Відповідно до молекулярно-кінетичних уявлень будь-яке тіло (газоподібне, рідке чи тверде) складається з дрібних відокремлених частинок, атомів, молекул, взаємодіючих між собою. Вони перебувають в безладному, хаотичному русі, інтенсивність якого залежить від температури тіла.

Термодинамічний стан речовини характеризується сукупністю величин, які називаються параметрами стану. У найпростіших випадках параметрами системи є тиск P, температура T і об'єм V. Зміна двох чи відразу всіх трьох параметрів стану системи називається термодинамічним процесом.

Температура. Температуру можна визначити як величину, що характеризує ступінь нагрітості тіла. У фізиці користуються термодинамічною шкалою температур (шкалою Кельвіна). Термодинамічна (абсолютна) температура є величина, пропорційна середній енергії поступального руху молекули

$$\langle \varepsilon_{пост} \rangle = \frac{3}{2}kT,$$

де k – стала Больцмана.

Термодинамічна температура T зв'язана з температурою t за шкалою Цельсія співвідношенням

$$T = t + 273{,}15.$$

Одиницею виміру абсолютної температури є *кельвін* (K), одна з основних одиниць у системі СІ.

Тиск. При своєму русі молекули газу стикаються зі стінкою посудини, у якій вміщено газ, створюючи тим самим тиск газу на стінку.

У замкненій системі тиск газу пропорційний середньому квадрату швидкості руху молекул або температурі

$$P = \frac{1}{3} n m_0 < v^2 >= nkT,$$

де n – концентрація молекул, m_0 – маса однієї молекули, $< v^2 >$ – середнє значення квадрата швидкості хаотичного руху молекул.

Кількість речовини однорідного газу. Кількість речовини ν характеризує кількість структурних елементів, що містяться в даній системі. Це можуть бути атоми, молекули й інші частинки. Одиниця кількості речовини – 1 моль. Це така кількість речовини, у якій міститься стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у $0{,}012$ *кг* ізотопу вуглецю ^{12}C — число Авогадро N_A.

Число молів речовини однорідного газу

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A},$$

де N_A – число Авогадро, m – маса газу, M – молярна маса, N – кількість структурних елементів.

Якщо система являє собою суміш декількох газів з числом структурних елементів $N_1, N_2, \ldots N_n$, то кількість речовини системи

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1 + N_2 + \ldots + N_n}{N_A},$$

або

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \cdots + \frac{m_n}{M_n},$$

де m_1, $m_2, \ldots m_n$–маси компонентів газової суміші, M_1, $M_2, \ldots M_n$ – їх молярні маси.

Тиск суміші газів визначається за законом Дальтона і дорівнює $P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n$, де P_1, $P_{2,\ldots}$ - парціальні тиски, n – число компонентів газової суміші.

Молярна маса суміші газів дорівнює

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \ldots. + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots. + \nu_n}.$$

Середня квадратична швидкість молекул газу визначається за формулою

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} ,$$

де $R = N_A k$ – універсальна газова стала, m_0 - маса однієї молекули.

4.2. Рівняння стану ідеального газу

Ідеальний газ – це фізична модель газу, у якому його структурні елементи (атоми чи молекули) є матеріальними точками, які не взаємодіють між собою на відстані, а взаємодіють коли зіштовхуються як пружні кулі. Те, що молекули можуть складатися з декількох атомів, враховується введенням поняття числа ступенів свободи, від яких залежать теплоємність і внутрішня енергія газу. На формальну модель ідеального газу це ніяк не впливає.

Рівняння стану ідеального газу і рівняння Менделєєва-Клапейрона визначають зв'язок між параметрами системи P, V і T. Для постійної маси ідеального газу рівняння стану

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}, \quad \text{чи} \quad \frac{PV}{T} = const,$$

де P_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм і температура в стані 1,
P_2, V_2, T_2 – тиск, об'єм і температура в стані 2.

Рівняння Менделєєва-Клапейрона є узагальненням рівняння стану ідеального газу у випадку змінної маси. Рівняння стану ідеального газу поєднує в собі три окремі випадки (три газових закони, що описують три ізопроцеси).

Закон Бойля-Маріота, ізотермічний процес, $T = const$.

$$PV = const \text{ або } P_1V_1 = P_2V_2.$$

Закон Гей-Люссака, ізобаричний процес, $P = const$

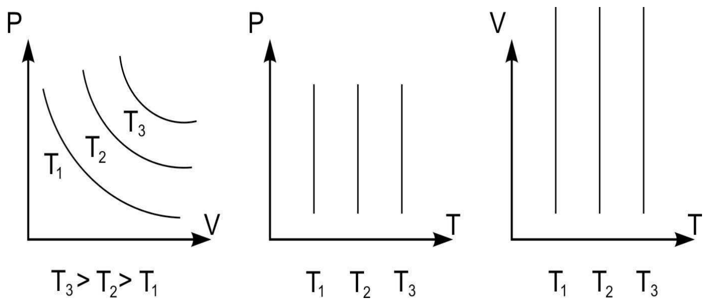
$$\frac{V}{T} = const \text{ або } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Закон Шарля, **і**зохоричний процес, $V = const$

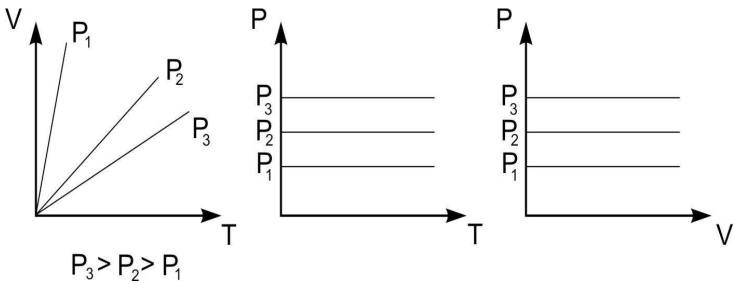
$$\frac{P}{T} = const \text{ або } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}.$$

4.3. Графічне зображення газових законів

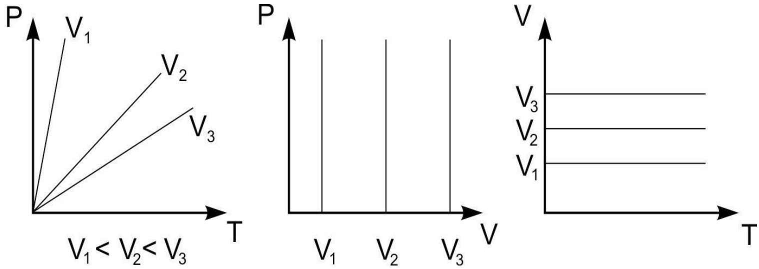
Ізотермічні процеси ($T = const$)



Ізобаричні процеси ($P = const$)



Ізохоричні процеси (V=const)



4.4. Перший закон термодинаміки

Усі термодинамічні процеси супроводжуються обміном або перетворенням енергії. При цьому завжди виконується перший закон термодинаміки.

Закон збереження енергії набуває в термодинаміці спеціального вигляду. При його застосуванні необхідно враховувати внутрішню енергію тіла, тобто кінетичну і потенціальну енергію його молекул.

Перший закон термодинаміки.

Кількість тепла , що підведена до термодинамічної системи, витрачається на підвищення її внутрішньої енергії і роботу, що виконує система проти зовнішніх сил:

$$Q = \Delta U + A \ ,$$

де Q - підведена до системи кількість тепла;

A - виконана системою робота;

ΔU - зміна внутрішньої енергії системи.

При нескінченно малих значеннях величин (у диференцільному вигляді) перший закон термодинаміки записується так:

$$dQ = dU + dA.$$

Якщо робота A' виконується над системою, то $A' = -A$. При збільшенні внутрішньої енергії системи $\Delta U > 0$, при зменшенні $\Delta U < 0$.

4.5. Робота, що виконується газом при розширенні

Виконана газом робота являє собою роботу при збільшенні об'єму газа. Елементарна робота (див. рис. 4.1)

$$dA = Fdx = PSdx = PdV \; .$$

Повна робота при зміні об'єму газу від V_1 *до* V_2 дорівнює:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \; .$$

При ізохоричному процесі $A = 0$. При ізобаричному процесі

$$A = p(V_2 - V_1).$$

При ізотермічному процесі

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} .$$

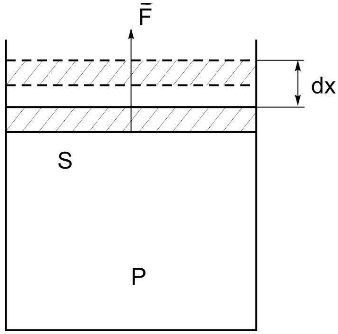


Рис. 4.1

4.6. Теплоємність ідеального газу

Теплоємність тіла $C_{тіла}$ – це кількість тепла, необхідного для нагрівання його на $1\ K$.

$$C_{тіла} = \frac{Q}{\Delta T} \text{ (якщо } Q \text{ не залежить від } T\text{)}$$

$$C_{тіла} = \frac{dQ}{dT} \text{ (якщо } Q \text{ залежить від } T\text{)}$$

Q і dQ – кінцева або нескінченно мала кількість тепла, необхідна для нагрівання тіла на ΔT або dT кельвінів.

$C_{тіла}$ залежить від маси, його природи (речовини, структури молекул) і процесу нагрівання.

Питома теплоємність $c_{пт}$ – це кількість тепла, необхідна для нагрівання $1\ кг$ речовини:

$$c_{пт} = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT} = \frac{C_{тіла}}{m}.$$

$c_{пт}$ залежить від тих же величин, що і $C_{тіла}$, крім маси.

Молярна теплоємність C_M – це кількість тепла, необхідна для нагрівання одного моля на $1\ K$:

$$C_M = \frac{M}{m}\frac{dQ}{dT} = Mc_{пт} = \frac{M}{m}C_{тіла}$$

C_M залежить тільки від структури молекул і процесу нагрівання. Молярна теплоємність при постійному об'ємі $C_V = \frac{i}{2}R,$ при постійному тиску $C_P = \frac{i+2}{2}R.$ де i – число ступенів свободи молекули, тобто число незалежних координат необхідних для опису положення молекули.

4.7. Внутрішня енергія

Внутрішня енергія системи це сума кінетичної енергії теплового руху її молекул і потенціальної енергії взаємодії всіх частинок системи між собою. Для ідеального газу остання дорівнює нулю.

Внутрішня енергія системи є функцією стану системи, тобто залежить тільки від параметрів стану і не залежить від способу, яким цей стан було досягнуто.

Кожному термодинамічному стану системи відповідає певне значення внутрішньої енергії. Зміна внутрішньої енергії системи залежить тільки від початкового і кінцевого стану системи.

Внутрішня енергія певної кількості речовини ідеального газу залежить від температури і числа ступенів свободи молекул, яке, у свою чергу, залежить від структури молекул і температури

$$U = \frac{m}{M} C_v T = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} PV \quad ,$$

де C_v - молярна теплоємність при постійному об'ємі, i - число ступенів свободи.

Для одноатомного газу $i = 3$, для двохатомного – $i = 5$ і для багатоатомного – $i = 6$ при $100 \leq T \leq 2000K$ (без врахування, коливального руху атомів, що виникає при $T \geq 2000\ K$). При враховуванні коливального руху двохатомних молекул $i = 7$.

4.8. Адіабатичний процес

Адіабатичний процес протікає без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто при повній теплоізоляції $dQ = 0$.

У цьому випадку перший закон термодинаміки має вигляд $0 = dU + pdV$. Оскільки $dU = \nu C_v dT$ і $p = \nu RT / V$, у результаті підстановки одержимо: $\nu C_v dT = \nu RTdV / V$.

Підставляємо $R=C_p-C_v$ і інтегруємо обидві частини рівняння. Маємо:

$$C_V \frac{dT}{T} = (C_P - C_V)\frac{dV}{V}\ ; \quad \frac{dT}{T} = (\gamma - 1)\frac{dV}{V}$$

$$const - lnT = (\gamma - 1)\ lnV;\ TV^{\gamma-1} = const$$

$$TV^{\gamma-1} = const\ ; \quad PV^{\gamma} = const\ ; \quad T^{\gamma} P^{1-\gamma} = const$$

Кожна з останніх трьох рівностей являє собою рівняння адіабатичного процесу.

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$ – стала Пуассона.

Умова $dQ = 0$ на практиці не може бути здійсненою. Вона наближено виконується тільки для дуже швидких процесів

4.9. Цикл Карно

Цикл Карно – оборотний цикл, що відбувається у тепловій машині і складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів.

Теплова машина (двигун) – це періодично діючий двигун, що виконує роботу за рахунок отриманого ззовні тепла.

Коефіцієнт корисної дії будь-якої теплової машини η (к.к.д.) – це відношення виконаної за цикл роботи A до отриманої за цикл кількості тепла Q_1 від нагрівача при розширенні газу (робочої речовини):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_2 – теплота, що віддана холодильнику при стисканні газу.

К.к.д. теплової машини, що працює за циклом Карно, визначається температурами нагрівача T_1 и холодильника T_2:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

4.10. Приклади розв’язання задач з молекулярної фізики і термодинаміки

Приклад 1. Визначити кількість молекул, що містяться в об’ємі $V = 1\ мм^3$ води, і масу m_0 молекули води. Вважаючи умовно, що молекули води мають вигляд кульок, що стикаються одна з одною, знайти діаметр d молекул.

Розв’язання. Число N молекул, що містяться в тілі деякої маси m, дорівнює добутку числа Авогадро N_A на число ν молей речовини:

$$N = \nu N_A.$$

Тому що число молей $\nu = \dfrac{m}{M}$,

де M - маса одного моля, то:

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Якщо виразити в цій формулі масу як добуток густини ρ на об’єм V, одержимо:

$$N = \frac{\rho V}{M} N_A. \qquad (1)$$

Підставимо у формулу (1) наступні числові значення величин: $\rho=10^3$ *кг/м*^{3} ; $V=1$*мм*$^3=10^{-9}$ *м*^{3}; $M=0{,}018$ *кг/моль* ; N_A = $6{,}02x10^{23}$ *моль*$^{-1}$ і зробимо обчислення:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{0{,}018} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,молекул = 3{,}34 \cdot 10^{19}\,молекул.$$

Масу m_0 однієї молекули можна знайти, якщо поділити масу одного моля на число Авогадро:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}.$$

Підставивши сюди числові значення M і N_A, знайдемо масу молекули води:

$$m_0 = \frac{0{,}018}{6{,}02 \cdot 10^{23}}\,кг = 2{,}99 \cdot 10^{-26}\,кг.$$

Якщо молекули води щільно прилягають одна до одної, то можна вважати, що на кожну молекулу приходиться об'єм (кубічний осередок) $V_0 = d^3$, де d — діаметр молекули. Звідси

$$d = \sqrt[3]{V_0}. \qquad (2)$$

Об'єм V_0 знайдемо, поділивши об'єм V_M одного моля речовини на число молекул у молі, тобто на число Авогадро N_A:

$$V_0 = \frac{V_M}{N_A}.$$

Підставимо отриманий вираз V_0 у формулу (2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_M}{N_A}}.$$

Об'єм одного моля визначається виразом $V_M = \dfrac{M}{\rho}$. Тоді шуканий діаметр молекули:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}. \qquad (3)$$

Перевіримо, чи дає права частина виразу (3) одиницю виміру довжини:

$$[d]=\left\{\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right\}^{1/3}=\left\{\frac{1кг\,/\,моль}{1кг\,/\,м^3\cdot 1моль^{-1}}\right\}^{1/3}=1м.$$

Тепер підставимо числові значення фізичних величин у формулу (3) і зробимо обчислення:

$$d=\sqrt[3]{\frac{0{,}018}{10^3\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}}\,м=3{,}11\cdot 10^{-10}\,м.$$

Приклад 2. У балоні об'ємом $V=10\ л$ знаходиться гелій під тиском $p_1=1\ МПа$ і при температурі $T_1=300\ К$. Після того як з балона було узято $m=10\ кг$ гелію, температура в балоні зменшилася до $T_2=290\ К$. Визначити тиск p_2 гелію, що залишився в балоні.

*Розв'язання***.** Для розв'язання задачі скористаємося рівнянням Менделєєва – Клапейрона, застосувавши його для кінцевого стану газу:

$$p_2V=\frac{m_2}{M}RT_2, \qquad (1)$$

де m_2 – маса гелію в балоні в кінцевому стані; M – маса одного моля гелію; R – універсальна газова стала.

З рівняння (1) виразимо шуканий тиск p_2:

$$p_2=\frac{m_2}{M}\frac{RT_2}{V}. \qquad (2)$$

Масу гелію m_2 виразимо через масу m_1, що відповідає початковому стану, і масу m гелію, узятого з балона:

$$m_2=m_1-m. \qquad (3)$$

Масу гелію m_1 знайдемо також з рівняння Менделєєва-Клапейрона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = \frac{Mp_1V}{RT_1}. \qquad (4)$$

Підставляючи у вираз (3) масу m_1, з формули (4), а потім отриманий вираз m_2 у формулу (2), знайдемо:

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV},$$

або після перетворення і скорочення:

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}. \qquad (5)$$

Переконавшись у тому, що розмірність правої і лівої частин формули (5) однакова, виразимо величини, що входять у цю формулу, в одиницях СІ і зробимо обчислення:

$p_1 = 1\,МПа = 10^6\,Па$; $m = 10\,г = 10^{-2}\,кг$; $M = 0{,}004\,кг/моль$;

$R = 8{,}31\,Дж/(моль \cdot К)$; $T_1 = 300\,К$; $T_2 = 290\,К$;

$V = 10\,л = 10^{-2}\,м^3$;

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{0{,}004} \cdot \frac{8{,}31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) Па = 3{,}64 \cdot 10^5\,Па = 0{,}364\,МПа.$$

Приклад 3. Балон містить $m_1 = 80\,г$ кисню і $m_2 = 320\,г$ аргону. Тиск суміші $p = 1\,МПа$, температура $T = 300\,К$. Приймаючи дані гази за ідеальні, визначити ємність V балона.

*Розв'язання***.** За законом Дальтона, тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. Парціальним тиском газу називається тиск, що здійснював би цей газ, якби тільки він один знаходився в посудині, зайнятій сумішшю. За рівнянням Менделєєва–Клапейрона парціальні тиски кисню p_1 й аргону p_2 виражаються формулами:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_1} \frac{RT}{V}, \quad p_2 = \frac{m_2}{M_2} \frac{RT}{V}.$$

Отже, за законом Дальтона, тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2 = \left[\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right]\frac{RT}{V} \quad .$$

Відкіля ємність балона

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{p}\,. \qquad (1)$$

Виразимо в одиницях СІ числові значення величин, що входять у цю формулу: m_1*=80г=0,08кг;* M_1*=0,032 кг/моль;* m_2*=320 г= 0,32 кг;* M_2 *=0,040 кг/моль;* p*=1 МПа=*10^6*Па;* R*=8,31 Дж/(мольК).*

Підставимо числові значення у формулу (1) і зробимо обчислення:

$$V = \left(\frac{0{,}08}{0{,}032} + \frac{0{,}32}{0{,}040}\right)\cdot\left(\frac{8{,}31\cdot 300}{10^6}\right) = 0{,}0262 \quad м^3$$

Приклад 4. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули кисню при температурі T*=350 К,* а також кінетичну энергию обертального руху всіх молекул, що містяться в m = *4 г* кисню.

Розв'язання. Відомо, що на кожну ступінь свободи молекули газу приходиться однакова середня енергія, що визначається формулою:

$$\langle w_1 \rangle = \frac{1}{2}kT,$$

де k – стала Больцмана; T – абсолютна температура газу.

Обертальному руху двохатомної молекули (молекула кисню – двохатомна) приписуються дві ступіні свободи, тому середня енергія обертального руху молекули кисню буде мати такий вигляд:

$$\langle w_{об} \rangle = 2\frac{1}{2}kT \qquad (1)$$

Підставивши у формулу (1) значення $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ *Дж/К* і T*=350 К*, одержимо:

$$<w_{об}> = 1{,}38.10^{-23}.350\ Дж = 4.83.10^{-21}\ Дж$$

Кінетична енергія обертального руху всіх N молекул газу визначається рівністю:

$$W = <w_{об}> N.$$

Число всіх молекул газу можна обчислити за формулою:

$$N = N_A \nu, \tag{3}$$

де N_A - число Авогадро, ν - число молів газу.

Якщо врахувати, що число молів

$$\nu = \frac{m}{M},$$

де m - маса газу; M - маса одного моля газу, то формула (3) буде мати вигляд:

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Підставивши цей вираз для N у формулу (2), одержимо:

$$W = N_A \frac{m}{M} < w_{об} > \tag{4}$$

Величини, що входять у цю формулу, в одиницях СІ мають такі значення:

N_A=6,02·10^{23}моль$^{-1}$; m=4г= 4·10^{-3} кгM =0,032кг/моль; $<w>$=4,83·10^{-21} Дж.

Підставивши ці значення у формулу (4), знайдемо:

$$W = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0{,}032} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21}\ Дж = 364\ Дж.$$

Приклад 5. Обчислити питомі теплоємності при постійному об'ємі c_V і при постійному тиску c_p неону і водню, приймаючи ці гази за ідеальні.

Розв'язання. Питомі теплоємності ідеальних газів виражаються за формулами:

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M},$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M},$$

де i – число ступінів свободи молекул газу; M – маса одного моля.

Для неону (одноатомний газ) i=3 і $M=0{,}020$ *кг/моль* (див. довідкову табл.). Обчислюючи за формулами, одержимо:

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31}{0{,}02}\ Дж/(кг \cdot К) = 6{,}24 \cdot 10^2\ Дж/(кг \cdot К);$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{0.02}\ Дж/(кг \cdot К) = 1{,}04 \cdot 10^3\ Дж/(кг \cdot К).$$

Для водню (двохатомний газ) $i=5$ і $M=0.002$ *кг/моль*. Обчислюючи за тими ж формулами, одержимо:

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31}{0.002}\ Дж/(кг \cdot К) = 1{,}04 \cdot 10^4\ Дж/(кг \cdot К);$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{0.002}\ Дж/(кг \cdot К) = 1{,}46 \cdot 10^4\ Дж/(кг \cdot К).$$

Приклад 6. Обчислити питомі теплоємності c_v і c_p суміші неону і водню, якщо маса m $_1$ неону складає $g_1 = 0{,}8$ маси суміші, маса m_2 водню - $g_2 = 2$ маси суміші. Значення питомих теплоємностей газів узяти з попереднього прикладу.

Розв'язання. $П = 0$, итому теплоємність суміші при постійному об'ємі c_v знайдемо шляхом наступних міркувань.

Теплоту, необхідну для нагрівання суміші на ΔT, виразимо двома способами (вважаючи гази ідеальними):

$$Q = c_v(m_1 + m_2)\Delta T, \qquad (1)$$

$$Q = (c_{v,1}m_1 + c_{v,2}m_2)\Delta T, \qquad (2)$$

де $c_{v,1}$ – питома теплоємність неону; $c_{v,2}$ – питома теплоємність водню.

Якщо прирівняти праві частини (1) і (2) і розділити обидві частини отриманої рівності на ΔT, отримаємо:

$$c_V(m_1+m_2)=c_{V,1}m_1+c_{V,2}m_2,$$

відкіля:

$$c_V=c_{V,1}\frac{m_1}{m_1+m_2}+c_{V,2}\frac{m_2}{m_1+m_2}. \qquad (3)$$

Відношення $g_1=\dfrac{m_1}{m_1+m_2}$ і $g_2=\dfrac{m_2}{m_1+m_2}$ показують, яку частку маси суміші складає маса першого газу (неону) і другого газу (водню). Після підстановки g_1 і g_2 у вираз (3) одержимо:

$$c_V=c_{V,1}g_1+c_{V,2}g_2. \qquad (4)$$

Підставляємо у формулу (4) числові значення величин і знаходимо:

$$c_V=(6{,}24\cdot 10^2\cdot 0{,}8+1{,}04\cdot 10^4\cdot 0{,}2)\,Дж/(кг\cdot К)=$$

$$=2{,}58\cdot 10^3\,Дж/(кг\cdot К).$$

Міркуючи в такий же спосіб, одержимо формулу для обчислення питомої теплоємності суміші при постійному тиску:

$$c_p=c_{p,1}g_1+c_{p,2}g_2. \qquad (5)$$

Підставимо у формулу (5) числові значення:

$$c_p=(1{,}04\cdot 10^3\cdot 0{,}8+1{,}46\cdot 10^4\cdot 0{,}2)\,Дж/(кг\cdot К).$$

Приклад 7. Кисень масою $m = 2$ *кг* займає об'єм $V_1 = 1м^3$ і знаходиться під тиском $p_1 = 0{,}2$ *МПа*. Газ був нагрітий спочатку при постійному тиску до об'єму $V_2 = 3\ м^3$, а потім при постійному об'ємі до тиску $p_3 = 0{,}5$ *МПа*. Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, виконану їм роботу A и теплоту Q, надану газу.

Розв'язання. Зміна внутрішньої енергії газу визначається за формулою:

$$\Delta U=c_V m\Delta T=\frac{i}{2}\frac{R}{M}m\Delta T, \qquad (1)$$

де i – число ступінів свободи молекул газу (для двохатомних молекул кисню $i=5$); M – маса одного моля.

Початкову і кінцеву температуру газу знайдемо, використовуючи рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT. \qquad (2)$$

Розв'язуючи його відносно T, одержимо:

$$T = \frac{pVM}{mR}. \qquad (3)$$

Запишемо задані величини в одиницях СІ:
$m = 2$ *кг*; $M = 0{,}032$ *кг/моль*; $R = 8{,}31$ *Дж/(моль·К)*; $V_1 = 1 м^3$; $V_2 = V_3 = 3 м^3$; $p_1 = p_2 = 0{,}2$ *МПа* $= 2\cdot10^5$ *Па*; $p_3 = 0{,}5$ *МПа* $= 5\cdot10^5$ *Па*.

Підставимо ці значення у вираз (3) і одержимо:

$$T_1 = \frac{2\cdot10^5\cdot1\cdot0{,}032}{2\cdot8{,}31}\,К = 385\,К;$$

$$T_2 = \frac{2\cdot10^5\cdot3\cdot0{,}032}{2\cdot8{,}31}\,К = 1155\,К;$$

$$T_3 = \frac{5\cdot10^5\cdot3\cdot0{,}032}{2\cdot8{,}31}\,К = 2887\,К.$$

Підставимо у вираз (1) числові значення величин, що до нього входять і знаходимо:

$$\Delta U = \frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31}{0{,}032}\cdot2(2887-385)\,Дж = 3{,}24\cdot10^6\,Дж.$$

Робота розширення газу при постійному тиску визначається за формулою:

$$A = p\cdot\Delta V = R\frac{m}{M}\Delta T.$$

Підставимо числові значення величин і одержимо:

$$A = 8{,}31\cdot\frac{2}{0{,}032}(1155-385)\,Дж = 0{,}40\cdot10^6\,Дж.$$

Робота газу, що нагрівається при постійному об'ємі, дорівнює нулю, тобто $A_2 = 0$. Отже, повна робота, яка виконується газом, дорівнює:

$$A = A_1 + A_2 = 0{,}4 \cdot 10^6\ Дж\ .$$

Відповідно до першого закону термодинаміки теплота Q, що передається газу, дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії ΔU і роботи A:

$$Q = \Delta U + A,$$

отже,

$$Q = 0{,}4 \cdot 10^6\ Дж + 3{,}24 \cdot 10^6\ Дж = 3{,}64 \cdot 10^6\ Дж = 3{,}64\ МДж\ .$$

Приклад 8. У циліндрі під поршнем знаходиться водень масою $m = 0{,}02\ кг$ при температурі $T = 300\ K$. Водень спочатку розширився адіабатично, збільшивши свій об'єм у $n_1 = 5$ разів, а потім його було стиснуто ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в $n_2 = 5$ разів. Знайти температуру наприкінці адіабатичного розширення і роботу, виконану газом при цих процесах.

*Розв'язання***.** Температура й об'єм газу при адіабатичному процесі зв'язані між собою співвідношенням:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1},\ або\ \ \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

де γ – відношення теплоємності газу при постійному тиску до теплоємності при постійному об'ємі (для водню як для двохатомного газу $\gamma = 1{,}4$);

$$n_i = \frac{V_2}{V_1} = 5.$$

Звідси отримуємо наступний вираз для кінцевої температури T_2:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

Підставляємо числові значення заданих величин і знаходимо:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1{,}4-1}} K = \frac{300}{5^{0{,}4}} K.$$

Оскільки $5^{0{,}4} = 1{,}91$, то

$$T_2 = \frac{300}{1{,}91} K = 157\ \ K\ .$$

Робота A_1 газу при адіабатичному розширенні може бути визначена за формулою:

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

де C_V — молярна теплоємність газу при постійному об'ємі.

Підставивши числові значення величин: $R=8,31$ *Дж/(моль·К)*; $i=5$ (для водню як для двохатомного газу); $M=0,002$ *кг/моль*; $m = 0,02$ *кг*; $T_1 = 300$ *К*; $T_2 = 157$ *К* в праву частину останньої формули, одержимо:

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} (300 - 157)\,Дж = 2,98 \cdot 10^{4}\,Дж .$$

Робота A_2 газу при ізотермічному процесі може бути записана у вигляді:

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2}, \text{ або } A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

де $n_2 = \frac{V_2}{V_3} = 5.$

Підставляємо відомі числові значення величин, що входять у праву частину цієї рівності, і знаходимо:

$$A_2 = 8,31 \cdot 157 \cdot \frac{0,02}{2} \ln \frac{1}{5} = -2,10 \cdot 10\ \ Дж .$$

Знак мінус показує, що при стисканні газу робота здійснюється над газом зовнішніми силами.

Приклад 9. Теплова машина працює за оборотним циклом Карно. Температура нагрівача $T_1 = 500$ *К*. Визначити термічний к.к.д. η циклу і температуру T_2 охолоджувача теплової машини, якщо за рахунок кожного кілоджоуля теплоти, отриманої від нагрівача, машина виконує роботу $A = 350$ *Дж*.

*Розв'язання***.** Термічний к.к.д. теплової машини, який називається також коефіцієнтом використання теплоти, показує, яка частка теплоти, отриманої від нагрівача, перетворюється в механічну роботу. Термічний к.к.д. визначається за формулою:

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

де Q_1 - теплота, отримана від нагрівача; A - робота, виконана робочим тілом теплової машини.

Підставимо числові значення A і Q_1 і одержимо:

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}35 .$$

Якщо знати к.к.д. циклу, можна за формулою $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ визначити температуру охолоджувача T_2:

$$T_2 = T_1(1-\eta).$$

Підставивши сюди отримане значення к.к.д. і температуру T_1 нагрівача, отримаємо:

$$T_2 = 500(1-0{,}35)K = 325K.$$

Контрольна робота №2 (молекулярна фізика і термодинаміка)

201. Дві однакових посудини наповнені киснем при температурі *300 К* и з'єднані між собою трубкою, об'єм якої мізерно малий у порівнянні з об'ємом посудин. В скільки разів зміниться тиск кисню в посудинах, якщо одну з них нагріти до температури *400 К*, а в другій підтримувати початкову температуру?
202. Скільки електронів місяться в одному літрі кисню при тиску *1 МПа* і температурі *473 К*?
203. Густина пари деякого з'єднання вуглецю і водню дорівнює *2,5* $кг/м^3$ при температурі *283 К* и тиску *101 кПа*. Яка молекулярна формула цього з'єднання?
204. Скільки гелію буде потрібно для наповнення повітряної кулі діаметром *10 м*, щоб куля могла підняти вантаж масою 10^2 *кг* при нормальному тиску і температурі *290 К*? Об'ємом і масою оболонки кулі знехтувати.
205. Один балон ємністю *20 л* містить азот під тиском *2,5 МПа*, інший балон ємністю *44 л* містить кисень під тиском *1,6 МПа*. Обидва балони були з'єднані між собою, і обидва гази змішалися,утворивши однорідну суміш. Знайти парціальні тиски обох газів у суміші і повний тиск суміші. Процес змішування ізотермічний.
206. Знайти густину газової суміші, що складається по масі з однієї частини водню і восьми частин кисню при тиску *0,1 МПа* і температурі *290 К*.
207. Балон ємністю *30 л* містить суміш водню і гелію при температурі 300 *К* і тиску *0,8 МПа*. Визначити масу водню і масу гелію.
208. Дві посудини однакової ємності містять кисень. В одній посудині тиск *1 МПа* і температура *400 К*, в іншому *1,5 МПа* і *250 К* відповідно. Посудини з'єднали трубкою й остудили кисень , що знаходиться в них , до температури 300 К. Визначити сталий тиск у посудинах.
209. У балоні ємністю *20 л* знаходиться аргон під тиском *800 кПа* і температурі *325 К*. Коли з балона була вилучена деяка кількість аргону, тиск у балоні знизився до *600 кПа,* а температура встановилася *300 К*. Визначити масу аргону, взятого з балона.
210. У балоні ємністю *20 л* знаходиться суміш, що містить *10 г* водню, *54г* водяного пари і *60 г* окису вуглецю. Температура суміші $27°C$. Визначити тиск газів у балоні, молярну масу суміші газів.

211. Газ розширюється адіабатично і при цьому об'єм його збільшується вдвічі, а температура падає в *1,32* рази. Яке число ступенів волі мають молекули цього газу?
212. Двохатомний газ, що знаходиться при температурі $27^{\circ}C$ и тиску *2 МПа* стискається адіабатично так, що об'єм його зменшується вдвічі. Знайти температуру і тиск газу після стискання.
213. До якої температури остудиться повітря, що знаходиться при температурі $0^{\circ}C$, якщо воно розширюється адіабатично від об'єму $V_1 = 2$ *л* до об'єму $V_2 = 6$ *л*?
214. В скільки разів зменшиться середня квадратичная швидкість молекул двохатомного газу при адіабатичному збільшенні об'єму газу в два рази?
215. *7,5 л* кисню адіабатично стискають до об'єму *1 л*, причому наприкінці поцесу встановився тиск *1,6 МПа*. Під яким тиском знаходився газ в початковому стані?
216. Два різних гази, із яких один одноатомный, а інший – двохатомний, знаходяться при однаковій температурі і займають однаковий об’ем. Гази стискаються адіабатично так, що об'єм їх зменшується в два рази. Який із газів нагріється більше і в скільки разів?
217. Газ розширюється адіабатично так, що його тиск падає від *0,2 МПа* до *0,1 МПа*. Потім він нагрівається при постійному об'ємі до початкової температури, причому його тиск зростає до *0,122 МПа*. Визначити відношення C_p/C_v для цього газу. Накреслити графік цього процесу.
218. У посудині під невагомим поршнем знаходиться газ при нормальних умовах. Відстань між дном посудини і поршнем *25 см*. Коли на поршень поклали вантаж масою *20 кг*, поршень опустився на *13,4 см*. Вважаючи стискання адіабатичним, знайти для даного газу відношення C_p/C_v. Площа поперечного перетину поршня дорівнює *10* $см^2$.
219. Необхідно стиснути $1\cdot10^{-2}м^3$ повітря до об'єму $2\cdot10^{-2}м^3$. Як вигідніше його стискувати: адіабатично чи ізотермічно?
220. Повітря, що знаходиться під тиском *0,1 МПа* було адіабатично стиснуто до тиску *1 МПа*. Який буде тиск, коли стиснуте повітря, зберігаючи об’ем незмінним, остудиться до первинної температури?
221. Обчислити теплоємність при постійному об'ємі газу, вміщеного в посудину ємністю *20 л* при нормальних умовах. Газ двохатомний.
222. Молярна маса газу дорівнює $4\cdot10^{-3}$ *кг/Моль*. Відношення теплоємностей $C_p/C_v=1,67$. Обчислити питомі теплоємності газу.

223. Суміш складається з двох молей одноатомного газу й одного моля двохатомного газу. Визначити молярні теплоємності C_p і C_v суміші.
224. Питомі теплоємності деякого газу C_p=*10,4 кДж/кгК* і C_{v}=*14,6 кДж/кг К*. Визначити молярні теплоємності цього газу.
225. Деякий газ знаходиться при температурі *350 К* в балоні ємністю *100 л* під тиском *0,2 МПа*. Теплоємність цього газу при постійному об'ємі *14 кДж/К*. Визначити для цього газу коефіцієнт Пуассона (C_p/C_v). Скільки атомів містить молекула цього газу?
226. При деяких умовах *40 %* молекул водню розпалися на атоми. Знайти питомі теплоємності C_p і C_v такого водню.
227. Які питомі теплоємності C_p і C_v суміші газів, що містить кисень масою *10г* і азот масою *20 г*?
228. Суміш газів складається з двох молей одноатомного і трьох молей двохатомного газу. Визначити молярні теплоємності C_p і C_v суміші.
229. Знайти відношення C_p/C_v для суміші газів, що складається з гелію масою *10 г* і водню масою *4г*.
230. Обчислити молярні і питомі теплоємності газу, якщо молярна маса його *0,030 кг/Моль*, а відношення теплоємностей γ=*1,4*.
231. Один моль ідеального газу знаходиться в циліндрі при нормальних умовах. Газ ізобарично нагрівається до температури *320 К*, потім ізохорично охолоджується до температури *240 К*, після чого ізобарично стискається до початкового об'єму і потім ізохорично доводиться до початкового стану. Яку роботу виконав газ за цикл? Зобразити процес графічно.
232. Вуглекислий газ розширюється за законом $P=2,6V$. Знайти роботу, виконану газом, зміну його внутрішньої енергії і кількість наданої теплоти при збільшенні об'єму газу від *5 л* до *10 л*.
233. У процесі ізобаричного нагрівання повітря виконало роботу *1,23 кДж*. На скільки збільшилася внутрішня енергія газу і яка кількість теплоти була витрачена на нагрівання повітря ($M_{повітря}$=*0,029 кг/Моль*)
234. *7г* кисню знаходиться в циліндрі під поршнем, на якому лежить вантаж. Кисень нагрівають на *16 К*. Знайти роботу, виконану газом, зміну його внутрішньої енергії, кількість теплоти, отриманої газом. Тертям між циліндром і поршнем знехтувати.
235. При ізотермічному розширенні одного моля водню, що мав температуру *300 К*, витрачена теплота *2 кДж*. В скільки разів збільшився об'єм газу?

236. При адіабатичному стисканні кисню масою *1 кг* виконана робота *100 кДж.* Яка кінцева температура газу, якщо до стискання кисень знаходився при температурі *300 К*?

237. Кисень масою *2 кг* займає об'єм *1* $м^3$ і знаходиться під тиском *0,3 МПа*. При нагріванні газ розширився ізобарично до об'єму *3* $м^3$, а потім його тиск зріс до *0,5 МПа* ізохорично. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, виконану їм роботу і теплоту, що передається газу. Побудувати графік процесу.

238. У циліндрі під поршнем знаходиться азот масою *20 г.* Газ був нагрітий від температури *300 К* до температури *450 К* при постійному тиску. Визначити теплоту, передану газу, виконану газом роботу і зміну внутрішньої енергії.

239. У циліндрі під поршнем знаходиться водень масою *0,02 кг* при температурі *300 К*. Водень спочатку розширився адіабатично, збільшивши свій об'єм у *5* разів, а потім був стиснутий ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в *5* разів. Знайти кінцеву температуру і повну роботу, виконану газом. Зобразити процес графічно.

240. Водень займає об'єм *10* $м^3$ при тиску *0,14 МПа*. Газ нагріли при постійному об'ємі до тиску *0,3 МПа*. Визначити зміну внутрішньої енергії газу, роботу, виконану газом і теплоту, надану газу. Зобразити процес графічно в координатах *P, V*.

241. Один кубічний метр повітря, що знаходиться при температурі $0\,°C$ и тиску $2\cdot10^5$ *Па* ізотермічно розширюється від V_1 до об'єму V_2. Знайти зміну ентропії при цьому процесі.

242. У результаті нагрівання *22 г* азоту його абсолютна температура збільшилася в *1,2* рази, а ентропія збільшилася на *4,2 Дж/К.* При яких умовах відбувалося нагрівання (при постійному об'ємі або постійному тиску)?

243. *10 г* кисню нагріваються від $50\,°C$ до $150\,°C$. Найти зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається: 1) ізохорично; 2) ізобарично.

244. Знайти зміну ентропії при ізотермічному розширенні *6г* водню від тиску 10^5 *Па* до тиску $0,5\cdot10^5$ *Па.*

245. *!0,5 г* азоту ізотермічно розширюються від об'єму *2 л* до об'єму *5 л.* Знайти приріст ентропії при цьому процесі.

246. Знайти зміну ентропії при ізобаричному розширенні 8 *г* гелію від об'єму *10 л* до об'єму *25 л.*

247. *6,6 г* водню розширюються ізобарично до подвоєння об'єму. Знайти зміну ентропії при цьому процесі.

248. Знайти зміну ентропії при переході *6 г* водню від об'єму в *20 л* під тиском $1,5\cdot10^5$ *Па* до об'єму в *60 л* під тиском $1\cdot10^5$ *Па.*

249. Знайти зміну ентропії при переході *8 г* кисню від об'єму в *10 л* при температурі $80°C$ до об'єму в *40 л* при температурі $300°C$.

250. При нагріванні *1* киломоля двохатомного газу його абсолютна температура збільшується в *1,5* рази Знайти зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається: 1) ізохорично; 2) ізобарично.

5. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

5.1. Електричні заряди. Взаємодія зарядів

Електричний заряд – скалярна фізична величина, що є мірою електромагнітних взаємодій. Існують два види зарядів – позитивні і негативні. Найменша порція електричного заряду називається елементарним зарядом:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл.$$

Заряди не існують окремо від часток, так само, як і маса часток. Так, електрон володіє негативним елементарним зарядом, протон – позитивним елементарним зарядом.

Усі тіла живої і неживої природи побудовані з атомів, до складу яких входять заряджені частки - електрони і протони. Протони разом з нейтронами утворюють позитивно заряджене атомне ядро, що утримує при собі оболонку з електронів, що обертаються навколо ядра й несуть елементарні негативні заряди. Електричні сили взаємодії зв'язують ядро й електронну оболонку в єдину систему - електрично нейтральний атом. Унаслідок зовнішніх впливів деякі атоми, що входять до складу тіла, можуть утратити по одному-двох електронів, слабкіше за інші зв'язаних з ядром, і перетворюються в позитивні іони, а тіло в цілому здобуває позитивний заряд. Одержання надлишкового заряду в тілі називається його *електризацією.* Тіло електризується позитивно, якщо його атоми втрачають електрони, і негативно, якщо тіло приймає надлишкові електрони ззовні.

Заряд тіла може мати значення, які кратні *елементарному* заряду:

$$q = \pm ne \qquad (n = 0,1,2,3\ldots)$$

Поняття *точкові заряди* позначає заряджені тіла чи частки, розміри яких малі в порівнянні з відстанями в даних умовах.

Досвід показує, що в ізольованій системі тіл алгебраїчна сума зарядів зберігається постійною незалежно від того, які процеси відбуваються в цій системі. Це фундаментальне положення називається *законом збереження заряду.*

Сили взаємодії двох точкових нерухомих зарядів q_1 і q_2, що знаходяться на відстані r , визначаються *законом Кулона* (1785 р.):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \quad , \qquad (5.1)$$

де ε_0 – *електрична стала,* що залежить від вибору одиниць вимірювання,
ε — *діелектрична проникність середовища,* у якій знаходяться заряди, що взаємодіють (для вакууму $\varepsilon = 1$).

Сили взаємодії між точковими зарядами спрямовані вздовж прямої, що з'єднує заряди (центральні сили). Для різнойменних зарядів це сили притягання, а для однойменних -сили відштовхування. Кулонівські сили відносяться до класу електромагнітних взаємодій. Між зарядами, що рухаються, існує також магнітна взаємодія, що тим більше значна, чим швидкість руху ближче до швидкості *світла у вакуумі* c. Модуль заряду від швидкості його руху не залежить.

При взаємодії електронів і ядер в атомах основну роль грають саме кулонівські сили. Дія гравітаційних сил в атомних системах узагалі не враховується, тому що вони дуже малі. Наприклад, гравітаційна сила взаємодії електронів між собою в 10^{42} разів менше за кулонівську, для протонів з електронами – у 10^{39} разів менше.

5.2. Електричне поле. Напруженість електричного поля

Силова взаємодія між будь-якими тілами не може відбуватися без участі матерії. Заряджені частки і тіла, знаходячись на відстані, взаємодіють один з одним за посередництвом їхніх електричних полів, що являють собою один з видів матерії, який існує поряд з речовиною. Поле нерухомих зарядів називається *електростатичним*.

Електричне поле виявляє себе по силовій дії на заряди, наприклад, на позитивний *спробний* заряд q (настільки малий, щоб він не викликав перерозподілу зарядів у навколишніх тілах, і точковий, щоб визначити поле в точці).

Силовою характеристикою поля є *напруженість* $\vec{E}$ – векторна величина, яка дорівнює відношенню сили, що діє з боку поля на поміщений у дану точку спробний заряд, до значення цього заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \ .$$

Напруженість електричного поля виражається в ньютонах на кулон *(Н/Кл).* На заряд q , що знаходиться в точці поля з напруженістю $\vec{E}$, діє сила

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad . \qquad (5.2)$$

Вектори $\vec{E}$ и $\vec{F}$ збігаються за напрямком при $q > 0$ і протилежні за напрямком, якщо $q < 0$. Поле називається *однорідним,* якщо напруженість поля $\vec{E}$ у всіх точках простору однакова за модулем і напрямком.

Вираз для модуля напруженості поля точкового заряду випливає з закону Кулона і має вигляд:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \quad . \qquad (5.3)$$

Напруженість поля $\vec{E}$, створюваного системою зарядів q_1, q_2, q_3, …, на основі принципу незалежності дії сил можна знайти як векторну суму напруженостей полів цих зарядів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots \ .$$

Це положення називається *принципом суперпозиції* і використовується для розрахунку полів.

Електричне поле прийнято зображувати графічно за допомогою *ліній напруженості,* тобто ліній, дотична до яких у кожній точці збігається з напрямком вектора $\vec{E}$.

Число ліній напруженості, що пронизують уявлювану одиничну площадку, перпендикулярну до цих ліній, вибирається рівним модулю напруженості в даній точці.

Лінії напруженості електростатичного поля починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах, ніде не замикаються і не перетинаються. На рисунку 5.1 лініями напруженості показана картина електричного поля диполя – двох однакових за модулем різнойменних зарядів, розташованих на деякій відстані.

Однорідне поле зображується паралельними прямими, що знаходяться на однакових відстанях одна від одної . Поле точкового заряду являє собою розбіжні (чи що сходяться) від нього промені.

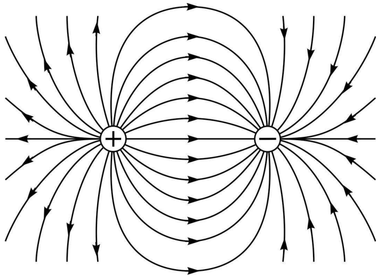


Рис. 5.1

5.3. Робота сил електростатичного поля. Потенціал

Розрахуємо роботу, яку виконує поле позитивного точкового заряду q при переміщенні позитивного спробного заряду q_0 із точки 1 у точку 2 (рис.5.2).

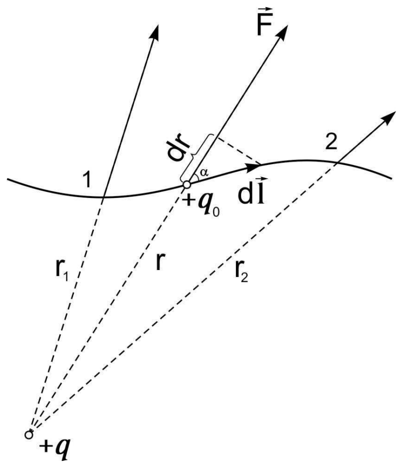


Рис. 5.2

У процесі його руху сила взаємодії

$$F = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

зарядів q і q_0 буде мінятися. Спочатку визначимо елементарну роботу на малій ділянці шляху dl, на якому цю силу можна вважати постійною:

$$dA = Fdl\cos\alpha ,$$

де α – кут між переміщенням $\vec{dl}$ і силою $\vec{F}$. Зважаючи на те, що $dl\cos\alpha = dr$, знайдемо повну роботу підсумуванням елементарних робіт на всьому шляху $1 \to 2$.

$$A_{1\to 2} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}dr = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2} \qquad (5.4)$$

Звідси видно, що робота кулонівських сил визначається тільки початковим і кінцевим положеннями спробного заряду q_0. Це означає, що *електростатичне поле є потенціальним, а кулонівські сили – консервативними.* Робота консервативних сил дорівнює збитку потенційної енергії:

$$A_{1\to 2} = W_{p_1} - W_{p_1}$$

Зіставляючи цю рівність з виразом (5.4), одержимо формулу для потенціальної енергії заряду q_0, що знаходиться в поле заряду q:

$$W_p = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} + C .$$

Якщо прийняти в нескінченності $W_p=0$, то постійна C буде дорівнювати нулю. Тоді

$$W_p = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} .$$

Відношення $\dfrac{W_p}{q_0} = \varphi$ не залежить від значення спробного заряду q_0 і є енергетичною характеристикою поля, яка називається *потенціалом*.

Потенціал – скалярна фізична величина, що характеризує здатність поля виконувати роботу і дорівнює відношенню потенціальної енергії спробного точкового заряду, поміщеного в дану точку поля, до значення цього заряду. Можна також сказати, що потенціал даної точки поля дорівнює роботі, яку виконує поле при переміщенні одиничного позитивного заряду з цієї точки поля в нескінченність:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{A}{q_0}.$$

Потенціал поля точкового заряду q виражається формулою:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}.$$

Якщо заряд q переміщається з точки з потенціалом φ_1 у точку з потенціалом φ_2, то сили поля виконують роботу

$$A = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (5.5)$$

яка дорівнює добутку заряда на різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$.

Знак потенціалу визначається знаком заряду, що створює поле. Якщо поле утворене системою зарядів, то потенціал φ дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створюваних кожним із зарядів окремо:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i.$$

Точки простору, в яких потенціал має однакові значення, утворюють поверхню, називану *еквіпотенціальною*. Переміщення заряду вздовж цієї поверхні не супроводжується виконанням роботи ($\varphi = const$, $d\varphi = 0$). Це означає, що сили електричного поля, а отже, і *лінії напруженості перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь*.

За одиницю потенціалу прийнятий вольт (*В*);

$$1В = 1Дж/1Кл.$$

В атомній фізиці широко застосовується позасистемна одиниця енергії – е л е к т р о н в о л ь т *(еВ)*. За *1 еВ* приймається енергія, яку здобуває електрон, пройшовши різницю потенціалів *1В*. На основі формули (5.5) знаходимо:

$$1 еВ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 1\ В = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Дж.$$

Для порівняння помітимо, що енергія теплового руху молекул при кімнатній температурі (T≈300 K) має порядок:

$$kT = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\ еВ \approx \frac{1}{40}\ еВ.$$

Тут $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж\ /\ К$ - стала Больцмана.

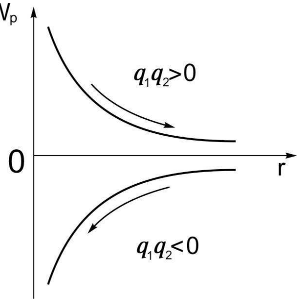


Рис. 5.3

Криві потенціальної енергії взаємодії двох точкових зарядів на рисунку 5.3 виражають залежність її від відстані r між ними (для однойменних зарядів $W_p > 0$ і для різнойменних $W_p < 0$). Тому що обидві потенціальні криві не мають мінімуму (потенціальної ями), то система з двох нерухомих зарядів не може знаходитися в стійкій рівновазі: під дією кулонівських сил однойменні заряди розходяться на нескінченно велику відстань, а різнойменні – зближаються до злиття і нейтралізації. Це твердження виявляється справедливим для будь-якого числа зарядів при будь-якім їхньому розташуванні: *усяка конфігурація нерухомих електричних зарядів хитлива, якщо між ними діють тільки кулонівські сили.*

Це положення називається *теоремою Ірншоу.* З нії, зокрема, випливає, що модель атома, як система, що складається з електричних зарядів, не може бути статичною. Безперервний рух електронів в атомах, коливання ядер у молекулах, іонів у кристалах – необхідна умова стійкості цих систем. Дослідження показують, що ці рухи не припиняються навіть при абсолютному нулі температури.

5.4. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля

Дві основні характеристики електричного поля - напруженість $\vec{E}$ і потенціал φ - зв'язані між собою. Це можна показати, якщо переміщати позитивний точковий заряд q_0 на малу відстань dl із точки 1 у точку 2 в полі з напруженістю $\vec{E}$ (рис.5.4).

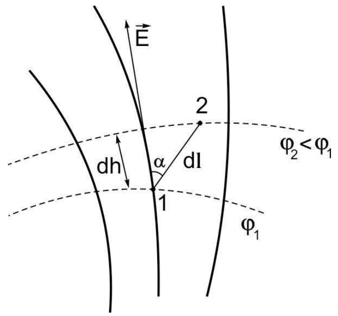


Рис. 5.4

Через точки 1 і 2 проходять еквіпотенціальні поверхні з потенціалами φ_1 і φ_2 (нехай ($\varphi_1 > \varphi_2$). Якщо переміщення dl складає кут α з напрямком вектора $\vec{E}$, то роботу dA можна виразити так:

$$dA = q_0 E dl \cos\alpha . \qquad (5.6)$$

З іншого боку, відповідно до формули (5.5):

$dA = -q_0 d\varphi$, де $d\varphi$ – нескінчено мала різниця потенціалів.

Дорівнявши вирази для роботи з двох останніх формул і зважаючи на те, що $dl \cos\alpha = dh$ є найкоротша відстань між еквіпотенціальними поверхнями, вимірювана по нормалі до них, тобто вздовж лінії напруженості, одержимо:

$$E = -\frac{d\varphi}{dh}$$

Це значить, що *модуль напруженості поля в даній точці визначається швидкістю падіння потенціалу вздовж лінії напруженості.*

Знак "-" показує, що вектор $\vec{E}$ спрямований убік зменшення потенціалу. Величина $\frac{d\varphi}{dh}$ називається *градієнтом потенціалу.*

Для однорідного поля вираз (5.7) здобуває простий вигляд:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} , \qquad (5.8)$$

де d – відстань уздовж лінії напруженості між точками з потенціалами φ_1 *і* φ_2.

Відповідно до формули (5.7) напруженість електричного поля може виражатися у вольтах на метр, причому

$$1\ В/м = 1\ Н/Кл.$$

5.5 Електроємність. Енергія електричного поля

Якщо відокремленому провідникові надавати заряди q_1, q_2, q_3, …, то він буде мати потенціали $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \ldots$ відповідно. Для кожного провідника відношення

$\dfrac{q_1}{\varphi_1} = \dfrac{q_2}{\varphi_2} = \dfrac{q_3}{\varphi_3} \ldots$ є величина стала; ця величина називається *електроємністю (ємністю) провідника* і позначається через C:

$$C = \frac{q}{\varphi}\ .$$

Одиниця ємності – Фарад (Ф):

$$1\ Ф = 1\ Кл\ /\ 1\ В.$$

У більшості випадків користаються частковими одиницями – мікрофарадами і пікофарадами:

$$1\ мкФ = 10^{-6}\,Ф,\ 1пФ = 10^{-12}\,Ф.$$

Ємність провідника визначається його розмірами, формою, діелектричною проникністю навколишнього середовища і, крім того, залежить від присутності і розташування оточуючих тіл, що впливають на конфігурацію поля і, отже, на потенціал зарядженого провідника.

Система двох близько розташованих провідників, розділених шаром діелектрика, називається *конденсатором*(рис.5.5)

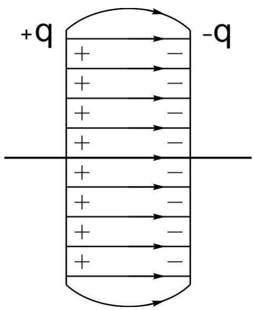


Рис.5.5

Ємність конденсатора визначається формулою

$$C = \frac{q}{U}, \tag{5.9}$$

де $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів між провідниками (обкладками конденсатора), що несуть заряди $+q$, $-q$.

Тому що електричне поле конденсатора зосереджене між його обкладками , то зовнішні тіла не впливають на нього і, отже, не змінюють ємність конденсатора.

На рисунку 5.6 показаний плоский конденсатор (S – площа кожної пластини, d – відстань між ними, σ – поверхнева густина заряду на пластинах і ε - діелектрична проникність середовища, що заповнює простір між пластинами).

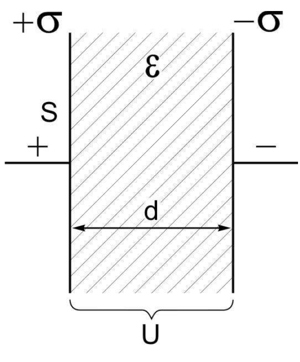


Рис.5.6

Якщо відстань між пластинами мала в порівнянні з розмірами пластин, то поле між ними можна вважати однорідним. Напруженість поля в цьому випадку визначається за формулою:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

З цієї формули і з (5.8) випливає:

$$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Підставивши цей вираз в (5.9) і вважаючи, що $q = \sigma S$, одержимо формулу для ємності плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \qquad (5.10)$$

За допомогою конденсатора можна визначити на досвіді діелектричну проникність ε речовини, яку поміщено між його пластинами. Для цього досить виміряти ємність C конденсатора з досліджуваним діелектриком між обкладками і потім ємність C_0 під час відсутності діелектрика. Очевидно, що для досліджуваного діелектрика:

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0}.$$

У зарядженому конденсаторі накопичується електрична енергія. Вона вимірюється роботою, яка виконується при його зарядці. Уявимо собі, що зарядка відбувається шляхом послідовного переносу малих порцій заряду з однієї обкладки на іншу (рис.5.6). Якщо q і U — миттєві значення заряду і різниці потенціалів, то при переносі чергової порції заряду dq відбувається робота

$$dA = Udq = \frac{q}{C}dq.$$

Повна робота, витрачена на зарядку, дорівнює енергії конденсатора $W_{ел.}$

$$W_{ел.} = A = \int_0^q \frac{1}{C} q dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

Виразимо енергію плоского конденсатора через напруженість E електричного поля між обкладками. Підставивши у формулу

$$W_{ел.} = \frac{CU^2}{2}$$

вираз для C і $U = \Delta\varphi$ з рівнянь (5.10) і (5.8), одержимо:

$$W_{ел.} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V . \tag{5.11}$$

Тут V – об'єм конденсатора. Величина $w_{ел.} = \frac{W_{ел.}}{V}$ називається об'ємною густиною енергії електричного поля. З рівності (5.11) випливає, що

$$w_{ел.} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \ .$$

Можна показати, що ця формула справедлива також для неоднорідних і нестаціонарних полів.

Електричне поле є матеріальним носієм енергії. У рамках електростатики це не можна перевірити, оскільки поле нерозривно зв'язане з нерухомими зарядами і переносу енергії немає. Але електричне поле може існувати й у відриві від зарядів, будучи зв'язане зі змінним магнітним полем. Сукупність цих полів у вигляді електромагнітних хвиль поширюється в просторі і переносить енергію (передача світлових, теле-, радіосигналів).

6. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

6.1. Електричний струм. Носії заряду

Електричним струмом називається спрямований рух електричних зарядів. Якщо в речовині містяться *вільні носії заряду* — електрони, іони, здатні переміщатися на значні відстані, то при накладенні електричного поля вони здобувають спрямований рух, що накладається на їхній тепловий хаотичний рух. У результаті цього вільні носії заряду виконують дрейфовий рух у визначеному напрямку. Говорячи про електричний струм як про спрямований рух вільних носіїв заряду, ми відволікаємося від хаотичного руху, тому що він не дає внеску в утворення електричного струму.

Основною характеристикою струму є *сила струму* **яка** чисельно дорівнює заряду, що протікає через поперечний переріз провідника в одиницю часу. Якщо сила струму I постійна, то

$$I = \frac{q}{t} ,$$

а в загальному випадку

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{6.1}$$

Одиниця сили струму – ампер (*А*),основна одиниця в системі СІ Струм, що не змінюється з часом, називається *постійним*.

В утворенні струму можуть брати участь як позитивні, так і негативні носії; електричне поле переміщає їх у протилежних напрямках. Напрямок струму прийнятий визначати за напрямком руху позитивних носіїв. Якщо в електричному полі одночасно рухаються позитивні (по полю) і негативні (проти поля) носії, то повний струм визначається як сума струмів, утворених носіями кожного знаку.

Густиною струму j називається векторна величина, модуль якої дорівнює відношенню сили струму I, що протікає крізь площадку $S_{\perp}$, перпендикулярну напрямку руху носіїв, до площі цієї площадки:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} .$$

Одиниця густини струму – $1\ А/м^2$. Густина струму – векторна величина; вона має напрямок середньої швидкості $\vec{\upsilon}_{+}$ упорядкованого руху позитивних носіїв:

$$\vec{j} = q_0 n \vec{\upsilon}_+ \ ,$$

де n – концентрація носіїв і q_0 – заряд носіїв. Якщо $q_0<0$, то вектори $\vec{j}$ і $\vec{\upsilon}$ мають протилежні напрямки.

Середовище робить руху зарядів визначений опір. Тому в однорідній речовині при постійній напруженості поля заряди рухаються з постійною середньою швидкістю $\vec{\upsilon}_+$, пропорційною напруженості поля:

$$\vec{\upsilon} = u\vec{E} \ ,$$

де u — *рухливість носіїв,* що дорівнює швидкості спрямованого руху під дією поля з напруженістю $E = 1 В/м$. Рухливість носіїв залежить від їхньої природи, а також густини і стану речовини. Найбільшою рухливістю володіють вільні електрони.

У металах носіями зарядів є вільні електрони (електрони провідності). Іони металу, що утворюють кристалічні ґрати, у переносі заряду не приймають участі. Тому струм у металах не супроводжується переносом речовини і хімічними змінами. Метали мають гарну провідність за рахунок великої концентрації носіїв (n= 10^{28} — 10^{23} $м^{-3}$) і значної їхньої рухливості.

Відповідно до класичних представлень електрони провідності в металах утворюють так називаний електронний газ, подібний до ідеального газу. Взаємодія електронів один з одним і з іонами кристалічних ґрат не враховується. Вважається, що кінетична енергія вільних електронів, пропорційна абсолютній температурі, може приймати будь-які значення. Заснована на цих представленнях класична теорія провідності металів допомогла зрозуміти і пояснити ряд фізичних явищ. Однак деякі експериментальні факти (надпровідність металів, значення їхньої теплоємності й ін.) не одержали свого пояснення за допомогою класичної електронної теорії і послужили поштовхом до створення нової квантової теорії металів.

Електричний струм у розчинах і розплавах електролітів обумовлений спрямованим рухом іонів обох знаків під дією електричного поля. У цьому випадку проходження електричного струму зв'язане з переносом речовини і супроводжується хімічними явищами (виділення речовин на електродах – електроліз). Рідини, що не мають у своєму складі іонів, не проводять струму. Річкова і морська вода є гарним провідником, тому що містить розчинені речовини (в основному, солі), які дисоціюють на іони.

Гази в природних умовах є поганими провідниками струму, тому що концентрація носіїв заряду – електронів і іонів – у них дуже мала. При іонізації газів їхня провідність різко зростає. Провідність високо-іонізованого газу порівняна з провідністю металів.

У діелектриках вільних носіїв дуже мало, через що ці речовини при звичайних умовах погано проводять електричний струм. Накладення електричного поля в основному приводить до невеликих зсувів зарядів усередині діелектрика і його поляризації.

При проходженні струму крізь речовину електрична енергія може перетворюватися у внутрішню, хімічну і т.п. Однак найбільш загальним проявом електричного струму в будь-яких умовах є виникнення магнітного поля в навколишнім просторі.

6.2 Закон Ома. Опір провідників.

Найбільш прості закони електричного струму для металів. Для них добре виконується пропорційність між силою струму і різницею потенціалів (напругою) $\Delta\varphi = U$ на кінцях провідника:

$$I = \frac{U}{R}. \qquad (6.2)$$

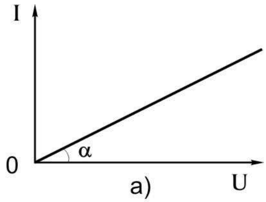
Це закон Ома для однорідної ділянки кола. Тут R – опір провідника. Одиниця опору – 1 *Ом* $=1В/1А$. Величина $1/R$, зворотна опору, називається *провідністю провідника.*

Графік залежності сили струму I від напруги U називається *вольт-амперною характеристикою* провідника. Для металу при постійній температурі вона лінійна (рис.6.1, а). Для газів вольт-амперна характеристика може мати складну форму (рис.6.1, б); закон Ома виконується в цьому випадку лише при малій силі струму (ділянка *ОА).*

Вольт-амперні характеристики напівпровідників і рідин у широкому діапазоні напруг також нелінійні. Це означає, що їхня провідність не залишається постійною.

Кількість тепла, яке виділяється провідником при проходженні по ньому електричного струму, дорівнює роботі струму і визначається законом Джоуля -Ленца:

$$dQ = I^2 R dt .$$



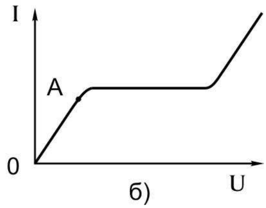


Рис. 6.1

Опір однорідного провідника довжиною l і площею поперечного переріза S виражається формулою

$$R = \rho \frac{l}{S} ,$$

де ρ – *питомий опір* речовини (одиниця цієї величини – $1 Ом \cdot м$). Величина, зворотна питомому опору,

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

називається *питомою електричною провідністю* провідника.

Знайдемо зв'язок між векторами густини струму $\vec{j}$ і напруженості поля $\vec{E}$ в деякій точці провідника. В околиці цієї точки уявно виділимо малий циліндр, орієнтований уздовж ліній напруженості (рис.6.2).

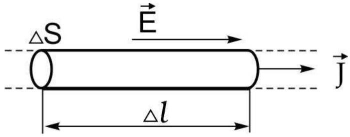


Рис. 6.2

Напруга на довжині Δl циліндра дорівнює $E\Delta l$, сила струму через його перетин ΔS дорівнює $j\Delta S$, а опір циліндра - $\rho\dfrac{\Delta l}{\Delta S}$. Підставивши ці значення у формулу (6.2), одержуємо (після скорочень):

$$j = \frac{1}{\rho} E \ .$$

Тому що напрямки вектора $\vec{j}$ і $\vec{E}$ збігаються, то можна записати:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \gamma\vec{E} \ .$$

Ця формула виражає *закон Ома в диференціальній формі:* **густина струму пропорційна напруженості електричного поля і має однаковий з нею напрямок.** У такій формі закон Ома виражає зв'язок між величинами, що відносяться до даної точки (локально), і тому застосується до неоднорідних провідників.

Величини ρ і R залежать від температури провідника. Для металів і сплавів ця залежність виражається наближеними формулами: де $\rho \approx \rho_0(1+\alpha t)$, $R \approx R_0(1+\alpha t)$, де ρ_0 і R_0 -значення ρ і R при $t= 0^0$ C, α– температурний коефіцієнт опору, що характеризує відносну зміну ρ чи R при зміні температури на 1 K. Величину α можна вважати постійною тільки у визначеному інтервалі температур.

У ряду металів опір при низьких температурах (до 10 K) різко падає до нуля (надпровідний стан). У замкнутому колі з надпровідників струм, один раз викликаний, може існувати дуже довго, тому що не супроводжується виділенням тепла. Густина струму в надпровідниках може досягати 10^7 $А/м^2$. Явище *надпровідності* можна пояснити тільки на основі квантової теорії. За допомогою надпровідникових соленоїдів можна створювати магнітні поля величезної напруженості. В даний час явище надпровідності уже використовується на практиці.

6.3. Електрорушійна сила (е.р.с.) джерела струму. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Нехай у замкнутому колі тече постійний струм. Якщо до полюсів джерела струму підключений однорідний металевий провідник (рис.6.3,а), то всередині цього провідника (зовнішня ділянка кола) існує електричне поле, під дією якого переміщаються заряди.

Для існування цього поля па полюсах джерела повинна бути різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$. Ця різниця потенціалів визначає наявність электричного поля й усередині джерела. Якщо в зовнішньому колі заряди переміщаються під дією електричного поля, то всередині джерела заряди повинні переміщатися проти сил поля. Це можливо при наявності всередині джерела сил неелектричного походження – сторонніх сил. На рис.6.3,б умовно представлений розподіл потенціалу увздовж замкнутого кола (по вертикалі відкладені значення потенціалу φ). Сторонніми можуть бути сили будь-якої природи, крім кулонівських (у гальванічних елементах це хімічні сили).

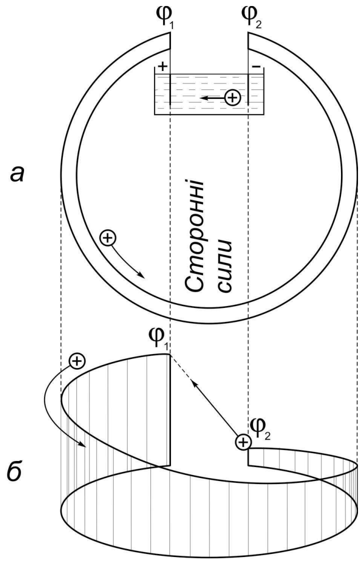


Рис. 6.3

Фізична величина, яка дорівнює роботі сторонніх сил при переміщенні одиничного заряду на даній ділянці кола, називається *електрорушійною силою(е.р.с.),* що діє на цій ділянці (позначається буквою $\mathcal{E}$):

$$\varepsilon = \frac{A_{стор.}}{q} \ .$$

Е.р.с. — найважливіша енергетична характеристика джерела, що вимірюється, як і потенціал, у вольтах (B).

Ділянка кола називається *неоднорідною*, якщо на ній, крім кулонівських, діють сторонні сили. Такою є ділянка 1—2 на рисунку 6.4.

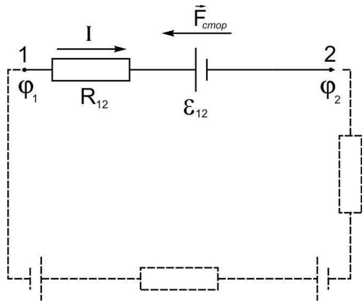


Рис. 6.4

Опір цієї ділянки R_{12}, а е.р.с. – ε_{12}. Між точками 1 і 2 підтримується різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$. Розглянута ділянка є складовою частиною кола, в якому можуть бути й інші джерела, тому напрямок струму на цій ділянці може бути будь-яким. Нехай струм тече від точки 1 до точки 2. За час dt протікає заряд $dq = Idt$. Робота кулонівських і сторонніх сил, що переносять цей заряд

$$dA_{кул.} + dA_{стор.} = (\varphi_1 - \varphi_2)dq + \varepsilon_{12}dq$$

дорівнює кількості тепла, що виділяється на ділянці

$$dQ = I^2 R_{12} dt = IR_{12} dq \quad .$$

Дорівнюючи праві частини цих двох рівностей, одержимо:

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \qquad (6.3)$$

$$\text{чи} \quad I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12}} \qquad (6.4)$$

Формула (6.4) дає вираз закону Ома для неоднорідної ділянки кола. Добуток $IR_{12} = U_{12}$ у рівності (6.3) називається *напругою* на ділянці кола. Знаки напруги U_{12}, різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ і е.р.с. ε_{12} можуть бути як позитивними, так і негативними, і визначаються щодо обраного напрямку обходу ділянки кола. Нехай, наприклад, обраний напрямок обходу ділянки кола буде від точки *1* до точки *2*. Якщо струм йде за напрямком обходу, то $I>0$. Е.р.с. позитивна ($\mathcal{E}_{12} > 0$), якщо напрямок обходу збігається с напрямком сторонніх сил. У випадку, який показано на рисунку 6.4, $I > 0$, $\varepsilon < 0$. Для неоднорідної ділянки кола характерно, що напруга IR за модулем не дорівнює різниці потенціалів $\Delta\varphi$. Прикладом неоднорідної ділянки є судина з підкисленною водою у відомому досвіді по розкладанню води струмом. Струм крізь електроліт проходить при виконанні умови

$$\varphi_1 - \varphi_2 > U_p \ ,$$

де U_p – так називана *напруга розкладання електроліту*, існування якої зв'язане з дією сторонніх сил, що перешкоджають протіканню струму й обумовлених хімічними явищами на електродах (при виділенні на них речовин, відмінних від матеріалу електродів).

Помітимо, що вольтметр показує різницю потенціалів між точками, до яких він підключений. У випадку однорідної ділянки, що не містить сторонніх сил, ця різниця потенціалів збігається з напругою.

Якщо ділянка не містить сторонніх сил ($\mathcal{E}_{12} = 0$), то формула (6.4) переходить у закон Ома для однорідної ділянки кола (6.2). При розімкнутому колі ($I = 0$) е.р.с. джерела чисельно дорівнює різниці потенціалів на полюсах: $\varepsilon = \Delta\varphi$. Нарешті, якщо $\varphi_1 = \varphi_2$ (кінці ділянки з'єднані між собою), то формула (6.4) виражає закон Ома для замкнутого кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \ ,$$

де r – внутрішній опір джерел струму, R – опір інших елементів кола (зовнішній опір). Важливим у практичному відношенні є напруга IR, що у випадку однорідності зовнішньої ділянки кола виміряється вольтметром, підключеним до затисків джерела (рис.6.4). Ця напруга залежить від сили струму I у колі. Дійсно, з рівності (6.4) випливає, що

$$IR = \varepsilon - Ir \ .$$

Звідси видно, що з ростом сили струму I напруга IR убуває за лінійним законом. Напруга на зовнішній ділянці кола може бути значно менше за е.р.с.. При $R=0$ сила струму в колі ставатиме максимальною (струм короткого замикання $I_{к.з.} = \frac{\varepsilon}{r}$), а напруга IR падає до 0.

6.4. Приклади розв'язання задач з електрики

Приклад 1. Два точкових заряди $9Q$ і $-Q$ закріплені на відстані $l = 50$ *см* один від одного. Третій заряд Q_1 може переміщатися тільки уздовж прямої, що проходить через заряди. Визначити положення заряду Q_1, при якому він буде знаходитися в рівновазі. При якому знаку заряду Q_1 рівновага буде стійкою?

Розв'язання. Заряд Q_1 знаходиться в рівновазі в тому випадку, якщо геометрична сума сил, що діють на нього, дорівнює нулю. Це означає, що на заряд Q_1 повинні діяти дві сили, рівні по модулем і протилежні за напрямком. Розглянемо, на якому з трьох ділянок I, II, III (рис. 6.5) може бути виконана ця умова. Для визначеності будемо вважати, що заряд Q_1 – позитивний.

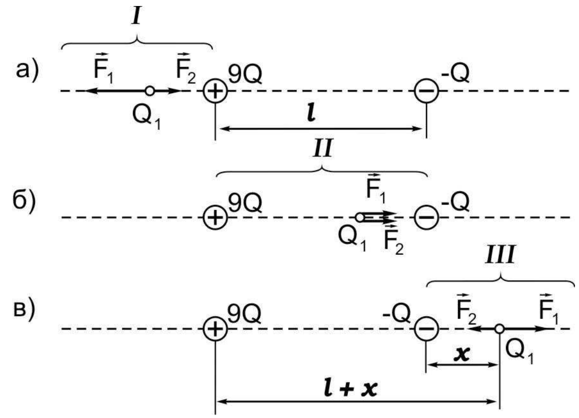


Рис. 6.5

На ділянці 1 (рис.6.5) на заряд Q_1 будуть діяти дві протилежно спрямовані сили: $\vec{F_1}$ і $\vec{F_2}$. Сила F_1, що діє з боку заряду $9Q$, у будь-якій точці цієї ділянки більше сили F_2, що діє з боку заряду $-Q$, тому що більший заряд $9Q$ знаходиться завжди ближче до заряду Q_1, ніж менший (за модулем) заряд $-Q$. Тому рівновага на цій ділянці неможлива.

На ділянці II (рис.6.5) обидві сили $\vec{F_1}$ і $\vec{F_2}$ спрямовані в один бік – до заряду $-Q$. Отже, і на другій ділянці рівновага неможлива.

На ділянці III (рис.6.5) сили $\vec{F_1}$ і $\vec{F_2}$ спрямовані в протилежні сторони, так само як і на ділянці l, але на відміну від неї менший заряд $-Q$ завжди знаходиться ближче до заряду Q_1, ніж більший заряд $9Q$. Це означає, що можна знайти таку точку на прямій, де сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ будуть однакові за модулем, тобто

$$F_1=F_2. \tag{1}$$

Нехай x *и* $l + x$ - відстані від меншого і більшого зарядів до заряду Q_1. Виражаючи в рівності (1) F_1 і F_2 відповідно до закону Кулона, одержимо $9QQ_1/(l+x)^2 = QQ_1/x^2$, чи $l+x = \pm 3x$, відкіля

$$x_1 = + l/2, \quad x_2 = - l/4 .$$

Корінь x_2 не задовольняє фізичній умові задачі (у цій точці сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ хоча і рівні за модулем, але збігаються за напрямком).

Визначимо знак заряду Q_1, при якому рівновага буде стійкою. Рівновага називається стійкою, якщо при зсуві заряду від положення рівноваги виникають сили, що повертають його в положення рівноваги. Розглянемо зсув заряду Q_1 у двох випадках: коли заряд позитивний і негативний.

Якщо заряд Q_1 позитивний, то при зсуві його вліво обидві сили F_1 і F_2 зростають. Тому що сила F_1 зростає повільніше, то результуюча сила, що діє на заряд Q_1, буде спрямована в ту ж сторону, у яку зміщений цей заряд, тобто вліво. Під дією цієї сили заряд Q_1 буде віддалятися від положення рівноваги. Те ж відбувається і при зсуві заряду Q_1 вправо. Сила F_1 убуває швидше, ніж F_2. Геометрична сума сил у цьому випадку спрямована вправо. Заряд під дією цієї сили також буде переміщатися вправо, тобто віддалятися від положення рівноваги. Таким чином, у випадку позитивного заряду рівновага є хитливою.

Якщо заряд Q_1 негативний, то його зсув уліво викликає збільшення сил $\vec{F}_1$ *і* $\vec{F}_2$, але сила $\vec{F}_1$ зростає повільніше, ніж $\vec{F}_2$, тобто $|F_2| > |F_1|$. Результуюча сила буде спрямована вправо.Під її дією заряд Q_1 повертається до положення рівноваги. При зсуві Q_1 вправо сила F_1 убуває швидше, ніж F_2, тобто $|F_1| > |F_2|$, результуюча сила спрямована вліво і заряд Q_1 знову буде повертатися до положення рівноваги. При негативному заряді рівновага є стійкою.

Величина самого заряду Q_1 несуттєва.

Приклад 2. Три точкових заряди $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ *нКл* розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд q_4 потрібно помістити в центрі трикутника, щоб зазначена система зарядів знаходилася в рівновазі?

Розв'язання. Усі три заряди, розташовані по вершинах трикутника, знаходяться в однакових умовах. Тому досить з'ясувати, який заряд варто помістити в центрі трикутника, щоб який-небудь один із трьох зарядів, наприклад q_1, знаходився в рівновазі. Заряд q_1 буде знаходитися в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рис. 6.6):

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_{2,3} + \vec{F}_4 = 0 \qquad (1)$$

де $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$,$\vec{F}_4$ – сили, з якими відповідно діють на заряд q_1 заряди q_2,q_3, q_4; $\vec{F}_{2,3}$– рівнодіюча сил $\vec{F}_2$ і $\vec{F}_3$.

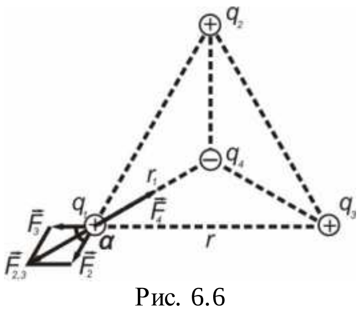


Рис. 6.6

Сили $\vec{F}_{2,3}$ *і* $\vec{F}_4$ спрямовані вздовж однієї прямої у протилежні сторони, тому векторну рівність (1) можна замінити скалярною: $F_{2,3} - F_4 = 0$, відкіля: $F_{2,3} - F_4 = 0$. Виразимо в останній рівності F через F_2 і F_3 і зважаючи на те, що $F_3 = F_2$, одержимо:

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Застосувавши закон Кулона і маючи на увазі, що $q_2 = q_3 = q_1$, знайдемо:

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

відкіля:

$$q_4 = \frac{q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (2)$$

З геометричних побудов у рівносторонньому трикутнику випливає, що

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\cos 30^0} = \frac{r}{\sqrt{3}}, \cos\alpha = \cos 60^0 = 1/2$$

З урахуванням цього формула (2) набуває вигляд: $q_4 = q_1/\sqrt{3}$

Зробимо обчислення:

$$q_4 = 10^{-9}/\sqrt{3}\,Кл = 5{,}77\cdot 10^{-10}\,Кл = 0{,}577\,нКл$$

Слід зазначити, що рівновага системи зарядів буде стійкою.

Приклад 4. Два точкових електричних заряди $Q_1 = 1\ нКл$ і $Q_2 = -2\ нКл$ знаходяться в повітрі на відстані $d = 10\ см$ один від одного. Визначити напруженість $\vec{E}$ і потенціал φ поля, створюваного цими зарядами в точці А, що знаходиться від заряду Q_1 на відстані $r_1 = 9\ см$ і від заряду Q_2 на відстані $r_2 = 7\ см$.

Розв'язання. Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежне від присутності в просторі інших зарядів. Тому напруженість $\vec{E}$ електричного поля в шуканій точці може бути знайдена як векторна сума напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, створюваних кожним зарядом окремо:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$$

Напруженості електричного поля, створюваного в повітрі ($\varepsilon = 1$) зарядами Q_1 і Q_2:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \tag{1}$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{2}$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис.6.7) спрямований вздовж силової лінії від заряду Q_1, тому що цей заряд позитивний; вектор $\vec{E}_2$ спрямований також вздовж силової лінії, але до заряду Q_2, тому що цей заряд негативний.

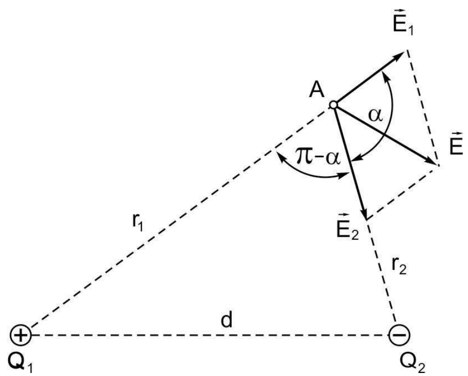


Рис. 6.7

Модуль вектора E знайдемо за теоремою косинусів:

$$\mathrm{E} = \sqrt{\mathrm{E}_1^2 + \mathrm{E}_2^2 + 2\mathrm{E}_1\mathrm{E}_2 \cos\alpha}, \tag{3}$$

де α - кут між векторами $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$, що може бути знайдений із трикутника зі сторонами r_1, r_2 і d:

$$cos\,\alpha = \frac{d^2 - r_1^{\;2} - r_2^{\;2}}{2r_1r_2}.$$

У даному випадку, щоб уникнути громіздких записів, зручно значення $cos\alpha$ обчислити окремо:

$$\cos\alpha = \frac{(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07} = -0{,}238.$$

Підставляємо вирази E_1 з (1) і E_2 з (2) у (3), виносимо загальний множник $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак кореня і одержуємо

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^{\;2}}{r_1^{\;4}} + \frac{Q_2^{\;2}}{r_2^{\;4}} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^{\;2}r_2^{\;2}}cos\,\alpha}. \qquad (4)$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів потенціал φ результуючого поля, створюваного двома зарядами Q_1 і Q_2, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \qquad (5)$$

Потенціал електричного поля, створюваного у вакуумі точковим зарядом Q на відстані r від нього, виражається формулою:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (6)$$

У нашому випадку відповідно до формул (5) і (6) одержимо:

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2},$$

чи

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Зробимо обчислення:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\left(10^{-9}\right)^2}{\left(0{,}09\right)^4} + \frac{\left(210^{-9}\right)^2}{\left(0{,}07\right)^4} + 2\,\frac{10^{-9}\quad 2\quad 10^{-9}}{\left(0{,}09\right)^2\quad\left(0{,}07\right)^2}\left(\quad 0{,}238\right)} В/м =$$

$$= 3{,}58 \quad 10^{3}\ В/м = 3{,}58\ кВ/м;$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{10^{-9}}{0{,}09} + \frac{2\quad 10^{-9}}{0{,}07}\right) В = \quad 157\ В.$$

Приклад 5. По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд $Q = 40$ *нКл* із лінійною густиною τ=50 нКл/м. Визначити напруженість $\vec{E}$ електричного поля, створюваного цим зарядом у точці А, що лежить на осі кільця і розташована від його центра на відстань, яка дорівнює половині радіуса.

Розв'язання. Сполучимо координатну площину xOy з площиною кільця, а вісь Oz – з віссю кільця (рис.6.8).

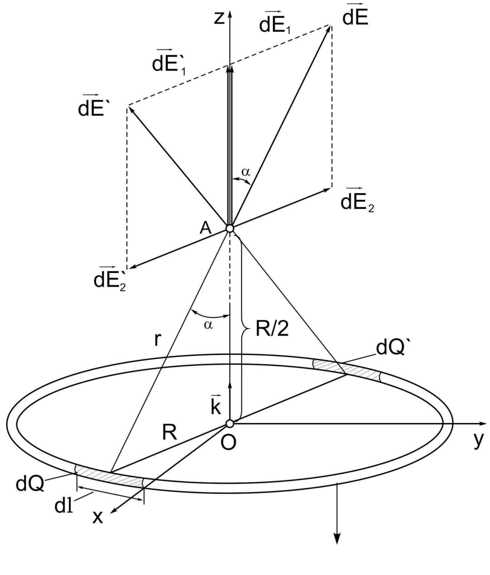


Рис.6.8

На кільці виділимо малу ділянку довжиною dl. Тому що заряд $dQ = \tau\, dl$, який знаходиться на цій ділянці, можна вважати точковим, то напруженість $d\vec{E}$ електричного поля, створюваного цим зарядом, може бути записана у виді:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, спрямований від елемента dl до точки А.

Розкладемо вектор $d\vec{E}$ на дві складові: $d\vec{E}_1$, перпендикулярну площині кільця (вздовж осі Oz), і $d\vec{E}_2$, паралельну площині кільця (площині xOy), тобто

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 \quad .$$

Напруженість $\vec{E}$ електричного поля в точці А знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \int_L d\vec{E}_1 + \int_L d\vec{E}_2 \ ,$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах зарядженого кільця.

Помітимо, що для кожної пари зарядів dQ і $d`Q$ ($dQ=d`Q$), розташованих симетрично відносно центра кільця, вектори $d\vec{E}_2$ і $d\vec{E}_2'$ у точці А рівні за модулем і протилежні за напрямком: $d\vec{E}_2 = -d\vec{E}_2'$. Тому векторна сума (інтеграл)

$$\int_L d\vec{E}_2 = 0 \ .$$

Складові $d\vec{E}_1$ для всіх елементів кільця збігаються з віссю Oz (одиничним вектором $\vec{k}$), тобто $d\vec{E}_1 = \vec{k} dE_1$.

Тоді

$$\vec{E} = k\int_L d\vec{E}_1 \ .$$

Тому що

$$dE = \frac{rdl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad r = \sqrt{R^2 + (R/2)^2} = \sqrt{5}\, R/2 \quad ,$$

$$\cos\alpha = (R/2)/r = 1/\sqrt{5},$$

то

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}}dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Таким чином,

$$E = k\int_0^{2\pi R}\frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2} = k\frac{2\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 R}.$$

Зі співвідношення $Q=2\pi R\tau$ визначимо радіус кільця: $R=Q/(2\pi\tau)$. Тоді модуль напруженості :

$$E = k\frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q} = k\frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}. \qquad (1)$$

Перевіримо, чи дає права частина отриманої рівності одиницю напруженості ($В/м$):

$$\frac{[\tau^2]}{[\varepsilon_0][Q]} = \frac{(1Кл/м)^2}{1Ф/м \cdot 1Кл} = \frac{1Кл}{1Ф \cdot 1м} = 1В./\text{м}.$$

Виразимо фізичні величини, що входять у формулу (1), в одиницях СІ:

$$\left(\tau = 5\cdot 10^{-8}\,Кл/м,\ Q = 4\cdot 10^{-8}\,Кл,\ \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,Ф/м\right)$$

і зробимо обчислення:

$$E = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot\left(5\cdot 10^{-8}\right)^2}{5\sqrt{5}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 4\cdot 10^{-8}}\,В/м = 7{,}92\,кВ/м.$$

Приклад 10. На пластинах плоского конденсатора знаходиться заряд $Q=10нКл$. Площа S кожної пластини конденсатора дорівнює $100\ см^2$, діелектрик - повітря. Визначити силу F, з якою притягаються пластини. Поле між пластинами вважати однорідним.

Розв'язання. Заряд Q однієї пластини знаходиться в поле напруженістю $\vec{E}$, створеному зарядом іншої пластини конденсатора (рис.6.9).

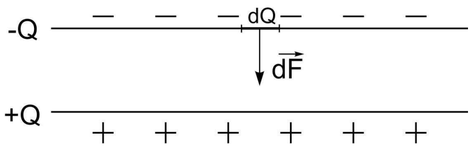


Рис. 6.9

Отже, на перший заряд діє сила:

$$\vec{F} = Q\vec{E}\,. \qquad (1)$$

Тому що

$$E = \sigma/(2\varepsilon_0) = Q/(2\varepsilon_0 S),$$

де σ – поверхнева густина заряду пластини, то формула (1) буде мати вигляд: $F = Q^2/(2\varepsilon_0 S)$.

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{10^{-16}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10^{-2}}\,H =$$

$$= 5{,}65\cdot 10^{-4}\,H = 565\ мкH\ .$$

Приклад 11. Електричне поле створене довгим циліндром радіусом R=1см, рівномірно зарядженим з лінійною густиною τ = 20 нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться на відстані a_1= 0,5 см і a_2 =2 см від поверхні циліндра, у середній його частині.

Розв'язання. Для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням між напруженістю поля і зміною потенціалу: $\vec{E}$ = - grad φ. Для поля з осьовою симетрією, яким є поле циліндра, це співвідношення можна записати у виді

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},\ або\ d\varphi = -Edr\,.$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, що відстоять на відстанях r_1 і r_2 від осі циліндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr. \qquad (1)$$

Тому що циліндр довгий і точки взяті поблизу його середньої частини, то для виразу напруженості поля можна скористатися формулою напруженості поля, створюваного нескінченно довгим циліндром

$$E = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r).$$

Підставивши вираз E в (1), одержимо

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1},$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (2)$$

Зробимо обчислення, вважаючи, що величини r_1 і r_2, що входять у формулу (2) у виді відносини, можна виразити в сантиметрах ($r_1 = R + a_1 = 1{,}5$ *см*, $r_2 = R + a_2 = 3$ *см*):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{10} ln(3/1{,}5) =$$

$$= 3{,}6 \cdot 10^2 \cdot 2{,}3 ln 2 B = 250 B.$$

Приклад 12. Визначити різницю потенціалів U, яку повинний пройти в електричному полі електрон, що володіє швидкістю $\upsilon = 106$ *м/с*, щоб швидкість його зросла в $n = 2$ рази.

Розв'язання. Різницю потенціалів, що прискорює електрон, можна знайти, обчисливши роботу A сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком елементарного заряду e на різницю потенціалів U:

$$A = eU. \qquad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{m\upsilon_2^{\,2}}{2} - \frac{m\upsilon_1^{\,2}}{2}, \qquad (2)$$

де T_1 і T_2 — кінетична енергія електрона до і після проходження поля, що прискорює його ; m – маса електрона; υ_1 і υ_2 — початкова і кінцева швидкості його.

Дорівнявши праві частини рівностей (1) і (2), одержимо

$$eU = \frac{m\upsilon_2^{\,2}}{2} - \frac{m\upsilon_1^{\,2}}{2} = \frac{mn^2\upsilon_1^{\,2}}{2} - \frac{m\upsilon_1^{\,2}}{2},$$

де $n = \upsilon_2/\upsilon_1$.

Звідси шукана різниця потенціалів:

$$U = \frac{m\upsilon_1^{\,2}\left(n^2 - 1\right)}{2e}.$$

Зробимо обчислення:

$$U = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot\left(10^6\right)^2}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}\left(2^2 - 1\right)B = 8{,}83\ B.$$

Приклад 13. З поверхні нескінченного рівномірно зарядженого ($\tau = 50 нКл/м$) прямого циліндра вилітає α-частка (υ_0 =0). Визначити кінетичну енергію W_2 α -частки (кеВ) у точці 2 на відстані $8R$ від поверхні циліндра (рис.6.10).

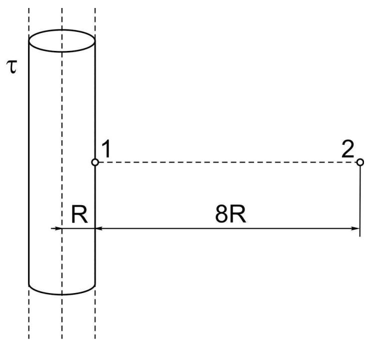


Рис. 6.10

Розв'язання. Сили електростатичного поля є консервативними, тому для визначення кінетичної енергії α -частки в точці *2* скористаємося законом збереження енергії, записаному у виді $W_1 = W_2$, де W_1 і W_2 - повні енергії α-частки в точках 1 і 2.

Тому що $W_1 = T_1 + U_1$ і $W_2 = T_2 + U_2$ (T_1 і T_2 - кінетичні енергії α-частки; U_1 і U_2 – потенціальні енергії), то, зважаючи на те, що $T_1 = 0$ $(v_0 = 0)$, можна записати: $U_1 = T_2 + U_2$, відкіля

$$T_2 = U_1 - U_2 = Q(\varphi_1 - \varphi_2)\ .$$

Q - заряд α-частки; (φ_1 і φ_2 – потенціали точок 1 і 2).

Використовуючи розв'язання приклада 10, запишемо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln9.$$

Тоді

$$T_2 = \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\,9\,.$$

Перевірка одиниць аналогічна проведеної в прикладі 11.

Виразимо усі величини в одиницях СІ

$$Q = 2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\, Кл,$$

$$\tau = 50 \cdot 10^{-9}\, Кл\,/\,м,$$

$$1/(2\pi\varepsilon_0) = 18 \cdot 10^9\, м\,/\,Ф$$

і зробимо обчислення:

$$T_2 = 18 \cdot 10^9\, \frac{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^{-9}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}}\, 2{,}20\, еВ = 3{,}96\, кеВ\ .$$

Приклад 14. Конденсатор ємністю $C_1 = 3мкФ$ був заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 40\ В$. Після відключення від джерела струму конденсатор з'єднали паралельно з іншим незарядженим конденсатором ємністю $C_2 = 5мкФ$. Яка енергія $W`$ витратиться на утворення іскри в момент приєднання другого конденсатора?

Рішення. Енергія, витрачена на утворення іскри:

$$W` = W_1 - W_2, \tag{1}$$

де W_1 - енергія, якою володів перший конденсатор до приєднання до нього другого конденсатора; W_2 - енергія, що має батарея, складена з двох конденсаторів.

Енергія зарядженого конденсатора визначається за формулою:

$$W = 1/2CU^2, \tag{2}$$

де C — ємність конденсатора або батареї конденсаторів.

Виразивши у формулі (1) енергії W_1 і W_2 за формулою (2) і прийнявши в увагу, що загальна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів, одержимо:

$$W` = 1/2C_1U_1^2 - 1/2(C_1 + C_2)U_2^2, \tag{3}$$

де U_2 — різниця потенціалів на затисках батареї конденсаторів.

Зважаючи на те , що заряд після приєднання другого конденсатора залишився колишнім, виразимо різницю потенціалів U_2 у такий спосіб:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1U_1}{C_1 + C_2}. \tag{4}$$

Підставивши вираз U_2 у (3), знайдемо

$$W` = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2},$$

чи

$$W` = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}U_1^2.$$

Зробимо обчислення:

$$W` = \frac{1}{2}\frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 \ Дж = 1{,}5 \ мДж \quad .$$

Приклад 15. Потенціометр з опором $R = 100$ *Ом* підключений до батареї з е.р.с. $\varepsilon = 150$ *В* и внутрішнім опором R_i= 50 Ом.

Визначити: 1) показання вольтметра опором $R_v = 500$ *Ом*, з'єднаного з однією з клем потенціометра і рухливим контактом, установленим посередині потенціометра;

2) різницю потенціалів між тими ж точками потенціометра при відключенні вольтметра.

***Розв'язання.*.** Показання вольтметра, підключеного до точок А і

В (рис.6.11), визначимо за формулою

$$U_1 = I_1 R_{1,}$$

де R_1 — опір паралельно з'єднаних вольтметра і половини потенціометра; I_1 — сумарна сила струму в ділянках цього з'єднання (вона дорівнює силі струму в нерозгалуженій частині ланцюга).

Силу струму I_1 знайдемо за законом Ома для повного кола:

$$I_1 = \varepsilon / \left(R_e + R_i\right), \qquad (1)$$

де R_e — опір зовнішньої частини кола. Цей опір є сума двох опорів:

$$R_e = R/2 + R_1. \qquad (2)$$

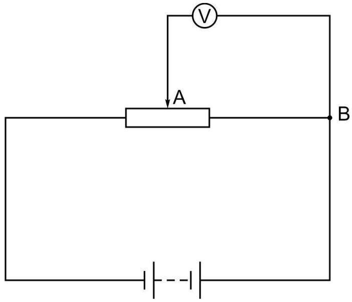


Рис. 6.11

Опір R_1 знайдемо за формулою паралельного з'єднання провідників:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R/2},$$

відкіля

$$R_1 = \frac{RR_v}{R + 2R_v}.$$

Підставивши в (1) вираз R_e із (2), знайдемо

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + R_i}.$$

У даному випадку розв'язання задачі в загальному виді було б громіздким. Тому зручно обчислення величин провести роздільно:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} Ом;$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50} A = 1{,}03 A;$$

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45 \cdot 5 В = 46{,}9 В.$$

$$U_2 = I_2 \cdot R / 2, \qquad (3)$$

де I_2 – сила струму в ланцюзі при відключеному вольтметрі.

Її визначимо за формулою:

$$I_2 = \varepsilon / (R + R_i).$$

Підставивши вираз I_2 у (3), знайдемо

$$U_2 = \varepsilon / (R + R_i) \cdot R / 2.$$

Зробимо обчислення:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \frac{100}{2} В = 50 В.$$

Приклад 16. Сила струму в провіднику опором $R=20$ $Ом$ наростає протягом часу $\Delta t = 2c$ за лінійним законом від $I_0 = 0$ до $I = 6A$ (рис.6.12). Визначити теплоту Q_1, що виділилася в цьому провіднику за першу секунду, і Q_2 — за другу, а також знайти відношення Q_2 / Q_1.

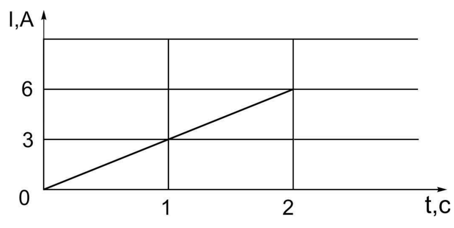


Рис. 6.12

Розв'язання. Закон Джоуля-Ленца у вигляді $Q = I^2 Rt$ справедливий для постійного струму ($I=const$). Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то зазначений закон справедливий для нескінченно малого інтервалу часу і записується у вигляді:

$$dQ = I^2 R dt. \tag{1}$$

Тут сила струму I є деякою функцією часу. У даному випадку

$$I = kt, \tag{2}$$

де k – коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} A/c = 3\, A/c\ .$$

З урахуванням формули (2) формула (1) здобуває вигляд:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \tag{3}$$

Для визначення теплоти, що виділилася за кінцевий інтервал часу Δt, вираз (3) треба проінтегрувати у межах від t_1 до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2{}^3 - t_1{}^3\right).$$

Зробимо обчислення:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20\,(1-0)\,Дж\ = 60\,Дж\,;$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20\,(8-1)\,Дж\ = 420\,Дж\,.$$

Отже,

$$Q_2 / Q_1 = 420/60 = 7,$$

тобто. за другу секунду виділиться теплоти в сім разів більше, ніж за першу.

Контрольна робота №3 (електростатика)

301. Тонка квадратна рамка рівномірно заряджена з лінійною густиною заряду *100 нКл/м*. Визначити потенціал поля в точці перетинання діагоналей.
302. Дві маленькі провідні кульки підвішені на довгих непровідних нитках до одного гака. Кульки заряджені однаковими зарядами і знаходяться на відстані *5 см* одна від одної. Що відбудеться після того, як одну з кульок розрядити?
303. На двох однакових крапельках води знаходиться по одному зайвому електрону, причому сила відштовхування крапельок врівноважує силу їхнього взаємного тяжіння. Відстань між крапельками велика в порівнянні з їхніми радіусами. Який радіус крапельок?
304. Дві однакові металеві зараджені кулі знаходяться на відстані *0,6 м*. Сила взаємодії куль *70 мкН*. Після того як кулі привели в зіткнення і віддалили одну від одної на колишню відстань, сила відштовхування змінилася в *2,3* рази. Визначити заряди, що були на кулях до зіткнення. Діаметр куль вважати багато менше відстані між ними.
305. Дві однакові заряджені кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут α. Кульки занурюють у масло густиною $800\ кг/м^3$. Яка діелектрична проникність масла, якщо кут розбіжності ниток при зануренні кульок у масло залишається незмінним? Густина матеріалу кульок $1,6\cdot 10^3\ кг/м^3$.
306. Три однакові маленькі кульки масою *0,12 г* підвішені до однієї точки на нитках довжиною *0,2 м*. Які заряди треба надати кулькам, щоб кожна нитка складала з вертикаллю кут $30°$? Масу ниток не враховувати.
307. Дві маленькі заряджені кульки, однакові за розміром, притягаються одна до одної з деякою силою. Після того як кульки були приведені в зіткнення і розсунуті на відстань у n *(5)* разів більше, ніж раніше, сила взаємодії між ними зменшилася в m *(9)* разів. Який був заряд першої кульки до зіткнення, якщо друга кулька мала заряд $10^{-8}\ Кл$?
308. Дві алюмінієвих кульки радіусами *2* і *1 см* з'єднані легкою довгою непровідною ниткою, довжина якої *1 м*. Кульки знаходяться на гладкій горизонтальній поверхні, що теж не проводить. У кожних $z=10^9$ атомів більшої кульки узято по одному електрону, і усі вони

перенесені на меншу кульку. Яку мінімальну силу потрібно прикласти до системи, щоб нитка натягнулася? $\rho=2,7\cdot10^3$ *кг/м*^{3} $M=2,7\cdot10^{-2}$ *кг/Моль*

309. Два позитивні точкові заряди Q і $4Q$ закріплено на відстані *60 см* один від одного. Визначити, у якій точці на прямій, що проходить через заряди, треба вмістити третій заряд, так, щоб він знаходився в рівновазі. Визначити, який знак повинний мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення заряду можливі тільки уздовж прямої, що проходить через закріплені заряди.
310. Тонкий стрижень довжиною *10 см* рівномірно заряджений. Лінійна густина заряду *1 мкКл/м.* На продовженні осі стрижня на відстані *20 см* від найближчого його кінця знаходиться точковий заряд, величина якого *100 нКл.* Визначити силу взаємодії стрижня і точкового заряду.
311. Тонкий довгий стрижень рівномірно заряджений з лінійною густиною *1,5 нКл/м*. На продовженні осі стрижня на відстані *12 см* від його кінця знаходиться точковий заряд *0,2 мкКл.* Визначити силу взаємодії зарядженого стрижня і точкового заряду.
312. Тонкий стрижень довжиною *0,5 м* рівномірно заряджений із лінійною густиною заряду *10 мкКл/м*. Визначити силу, що діє на точковий заряд, величина якого *10 нКл*, що знаходиться на перпендикулярі до одного з кінців стрижня на відстані *10 см* від нього.
313. Тонкий стрижень довжиною *20 см* несе рівномірно розподілений по довжині заряд із лінійною густиною *1 мкКл/м*. На відстані *20 см* від стрижня знаходиться точковий заряд величина якого *10 нКл,* рівновіддалений від кінців стрижня. Визначити силу взаємодії точкового заряду з зарядженим стрижнем.
314. Дві довгі одноіменно заряджені нитки розташовані на відстані *10 см* одна від одної. Лінійні густини зарядів на нитках 10^{-7} *Кл/м* і $5\cdot10^{-7}$ *Кл/м.* Знайти значення напруженості результуючого електричного поля в точці, що знаходиться на відстані *10 см* від кожної нитки.
315. Дві круглі рівні пластини радіусом *10 см* знаходяться на малій відстані одна від одної. Пластинам надали рівні по модулю, протилежні за знаком заряди. Визначити величину цих зарядів, якщо пластини притягаються із силою *2 мН.* Вважати, що заряди розподіляються по пластинах рівномірно.
316. Електрон знаходиться в зовнішньому електричному полі напруженістю *1 кВ/м*, спрямованому вертикально вниз. Де

розташована точка, в якій напруженість результуючого поля дорівнює нулю?

317. Велика рівномірно заряджена пластина, розташована горизонтально, має поверхневу густину електричного заряду *9 мкКл/м*^{2}. Над ній знаходиться алюмінієва кулька з зарядом *0,37 мкКл*. Який радіус повинна мати кулька, щоб вона не падала?

318. По кільцю з тонкого дроту радіусом *5 см* рівномірно розподілений заряд *17 нКл*. Визначити максимальну напруженість поля на осі кільця.

319. По тонкому кільцю радіусом *6 см* рівномірно розподілений заряд *24 нКл*. Яка напруженість поля в точці, що знаходиться на осі кільця на відстані *18 см* від центру кільця? Знайти також силу, що діє в цій точці на точковий заряд *0,5 н Кл*.

320. Паралельно нескінченній площині, зарядженої з поверхневою густиною заряду *1 мкКл/м*^{2}, розташована нескінченно довга пряма нитка, заряджена з лінійною густиною заряду *10 нКл/м*. Визначити силу, що діє з боку площини на одиницю довжини нитки.

321. З якою силою (на одиницю довжини) взаємодіють дві заряджені нескінченно довгі паралельні нитки з лінійною густиною заряду *10 нКл/м* і *18 нКл/м*, що знаходяться на відстані *6 см* одна від одної.

322. Дві довгі прямі паралельні нитки знаходяться на відстані *10 см* одна від одної. На нитках рівномірно розподілені заряди з лінійною густиною *– 2 нКл/см* і *4 нКл/см*. Визначити напруженість електричного поля в точці, віддаленій від першої нитки на відстань *6 см* і від другої на відстань *8 см*.

323. Дві однакові круглі пластини площею *100 см*^{2} кожна розташовані паралельно одна одній. Заряд однієї пластини *100 нКл*, іншої *– 200 нКл*. Визначити силу взаємного притягання пластин, якщо відстань між ними: а) *2 мм*; б) *10 м*.

324. Тонке півкільце радіусом *10 см* несе рівномірно розподілений заряд *0,1 мкКл*. Визначити напруженість поля в центрі кривизни півкільця, а також силу, що діє в цій точці на точковий заряд *10 н Кл*.

325. Кільце з тонкого дроту радіусом *5 см* рівномірно заряджене зарядом *240 нКл*. Визначити: 1) потенціал і напруженість електричного поля в центрі кільця; 2) потенціал точки, що лежить на перпендикулярі до площини кільця, як функцію відстані точки від площини кільця; 3) потенціал і напруженість електричного поля на відстані *10 см* від площини кільця.

326. Заряджена куля радіусом *2 см* з'єднується з незарядженою кулею, радіус якої *3 см*. Після того як кулі роз'єднали, енергія другої кулі

стала рівною *0,4 Дж.* Який заряд був на першій кулі до з'єднання, чому дорівнює його енергія до і після з'єднання з другою кулею? Знайти роботу розряду при з'єднанні.

327. Кулю радіусом *10 см,* заряджену до потенціалу *3 кВ,* з'єднують довгим дротом спочатку з віддаленою незаряженою кулею, радіус якої дорівнює *10 см,* потім, від'єднують цю кулю, першу з'єднують з іншою віддаленою незаряженою кулею радіусом *10 см.* Знайти початкову енергію системи куль, кінцеву енергію цієї системи, роботу розряду при кожному з'єднанні.

328. Є три кулі однакового радіуса рівного *10 см,* що знаходяться на відстані значно більшій їх радіусів. Перша куля заряджена і її заряд дорівнює *8 мкКл.* Тонким дротом по черзі з'єднують кулі: першу з другою, потім другу з третьою і, нарешті, третю з першою. Знайти потенціали всіх куль після з'єднань.

329. Відстань між пластинами плоского конденсатора *2 см,* різниця потенціалів *6 кВ.* Заряд кожної пластини *10 нКл.* Визначити енергію поля конденсатора і силу взаємного притягання пластин.

330. Дві металеві кульки радіусами *3 см* і *2 см* мають: перша – заряд *10 нКл,* друга – потенціал *9 кВ.* Знайти енергію, що виділиться при розряді, якщо кулі з'єднати провідником. (Відстань між кулями значно більше їх радіусів).

331. Двадцять сім крапельок ртуті радіусом *1 мм* кожна зливаються в одну загальну краплю. Знайти потенціал великої краплі, якщо потенціали кожної маленької краплі були однакові і рівні *30 В.*

332. Два плоских конденсатори, ємності яких *5 пФ* і *12 пФ,* заряджені до різниці потенціалів *5 кВ* і *2 кВ* відповідно. Знайти зміну загальної електростатичної енергії цих конденсаторів після попарного з'єднання різноіменно заряджених пластин.

333. Два плоских конденсатори з ємностями *3 мкФ* і *8 мкФ* заряджені до різниці потенціалів *5 кВ* і *2кВ* відповідно. Знайти зміну їх загальної електростатичної енергії у випадку їх паралельного з'єднання.

334. Біля зарядженої нескінченні площини знаходиться точковий заряд *20 нКл.* Під дією поля заряд переміщується по силовій лінії на відстань *2 см,* при цьому здійснюється робота $5\ 10^{-6}$ *Дж.* Визначити поверхневу густину заряду на площині.

335. Електричне поле утворене позитивно зарядженою нескінченною ниткою з лінійною густиною заряду *2 нКл/м.* Яку швидкість отримає електрон під дією поля, наблизившись до нитки з відстані в *1 см* до відстані *0,5 см* від нитки?

336. На відстані *4 см* від нескінченно довгої зарядженої нитки знаходиться точковий заряд *20 нКл*. Під дією поля заряд переміщується до відстані *2 см*, при цьому здійснюється робота $5 \cdot 10^{-6}$ *Дж*. Знайти лінійну густину заряду нитки.
337. Дві кульки з зарядами 10^{-8} *Кл* і 10^{-7} *Кл* знаходяться на відстані *40 см* одна від одної. Яку треба виконати роботу, щоб зблизити їх до відстані *25 см*?
338. Заряд розподілено рівномірно з однаковою густиною по поверхні двох концентричних сфер із радіусами *5 см* і *10 см*. Знайти густину заряду на сферах, якщо потенціал у центрі цієї системи дорівнює *300 В*.
339. Знайти різницю потенціалів між двома концентричними провідними сферами і напруженість електричного поля, створеного ними в точках, що відстоять від центру сфер на відстанях *5 см*, *12 см* і *20 см*. Радіуси сфер рівні *10 см* і *15 см*, а заряди відповідно *10 нКл* і *50 нКл*.
340. Металева куля радіусом *2 см* оточена сферичною металевою оболонкою радіусом *4 см*, концентричною з кулею. На кулі знаходиться заряд *20 нКл*, на оболонці – заряд *–40 нКл*. Визначити напруженість і потенціал електричного поля на відстані від центру кулі: 1) *1 см*; *2)3 см*; 3) *5 см*.
341. Порошинка масою *10 мг*, що несе на собі заряд *10 нКл*, влетіла в електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів *150 кВ* порошинка мала швидкість *20 м/с*. Визначити швидкість порошинки до того, як вона влетіла в поле.
342. Електрон, що має кінетичну енергією *5 еВ*, влітає в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Яка швидкість буде у електрона, якщо він пройде в цьому полі різницю потенціалів *2 В*?
343. Знайти енергію взаємодії системи трьох точкових зарядів *10 нКл*, *20 нКл* і *–30 нКл*, розташованих у вершинах рівностороннього трикутника з стороною *10 см*.
344. Тонкий стрижень зігнутий у кільце радіусом *0,1 м*. Він рівномірно заряджений із лінійною густиною заряду *300 нКл/м*. Визначити потенціал у точці, розташованій на перпендикулярі до його площини на відстані *0,2 м* від його центру.
345. Електрон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно його пластинам з швидкістю 10^{7} *м/с*. Напруженість поля в конденсаторі *100 В/см*, довжина конденсатора *5 см*. Знайти величину і напрямок швидкості електрона при вильоті його з конденсатора.

346. Протон і α-частинка, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають у плоский конденсатор паралельно його пластинам. В скільки разів відхилення протона полем конденсатора буде більше, ніж α-частинки?
347. Відстань між пластинами плоского конденсатора *4 см*. Електрон починає рухатися від негативної пластини в той момент, коли від позитивної пластини починає рухатися протон. На якій відстані від позитивної пластини вони зустрінуться?
348. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до другої, набуває швидкість 10^6 *м/с*. Знайти: 1) різницю потенціалів між пластинами; 2) напруженість електричного поля усередині конденсатора; 3) поверхневу густину заряду на пластинах.
349. Електрон летить від однієї пластини плоского конденсатора до другої. Різниця потенціалів між пластинами дорівнює *3 кВ*, відстань між пластинами *5 мм*. Знайти: 1) силу, що діє на електрон; 2) прискорення електрона; 3) швидкість електрона коло позитивної пластини; 4) поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора.
350. Електрон з деякою початковою швидкістю влітає в плоский конденсатор паралельно його пластинам на рівній відстані від них. До пластин конденсатора прикладена різниця потенціалів *300 В*. Відстань між пластинами *2 см*, довжина пластин конденсатора *10 см*. Яка повинна бути гранична швидкість електрона, щоб він не вилетів із конденсатора?
351. Електрон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно його пластинам із швидкістю $9\cdot10^6$ *м/с*. Знайти повне, нормальне і тангенціальне прискорення електрона через час 10^{-8} *с* після початку його руху в конденсаторі. Різниця потенціалів між пластинами дорівнює *100 В*, відстань між пластинами дорівнює *1 см*.
352. Протон влітає в плоский горизонтальний конденсатор паралельно його пластинам з швидкістю $1{,}2\cdot10^5$ *м/с*. Напруженість поля усередині конденсатора *3 кВ/м*, довжина пластин конденсатора *10 см*. В скільки разів швидкість протона при вильоті з конденсатора буде більше його початкової швидкості?
353. Порошинка масою *1 нг*, що несе на собі *5* електронів, влітає в горизонтальний плоский конденсатор довжиною *10 см* паралельно його пластинам на рівній відстані від них. Відстань між пластинами конденсатора *2 см*, різниця потенціалів між ними *3 кВ*.

З якою граничною швидкістю повинна влетіти в конденсатор порошинка, щоб вона не вилетіла з нього?

354. Радіус внутрішньої кулі повітряного сферичного конденсатора *1 см*, радіус зовнішньої сфери *4 см*. Між ними прикладена різниця потенціалів *3 кВ*. Яку швидкість одержить електрон, наблизившись до центру системи з відстані *3 см* до відстані *2 см* від центру?

355. Металева куля радіусом *3 см* опущена наполовину в гас і заряджена до потенціалу *1800 В*. Визначити заряд , що знаходиться на ній , і ємність кулі.

356. Визначити ємність плоского конденсатора з площею обкладинок $200\ см^2$ кожна. Між обкладинками знаходиться скло (товщина *1 мм*) покрите по обидва боки шарами парафіну (товщина кожного шару *0,2 мм*).

357. Пробивна напруга для прессшпата товщиною в *1 мм* дорівнює *18 кВ*. Два конденсатори з ізолюючим шаром з такого матеріалу, один ємністю *1100 пФ*, другий – *400 пФ*, з'єднані послідовно. Чи буде ця батарея пробита, якщо подати на неї напругу *30 кВ*?

358. Діелектрик пробивається при напруженості поля *1,8 МВ/м*. Два плоских конденсатора ємностями *600 пФ* і *1500 пФ* з ізолюючими шарами з цього діелектрика товщиною *2 мм* з'єднані послідовно. При якій напрузі буде пробита ця батарея?

359. Плоский конденсатор має ємність *600 пФ*. На скільки вона зміниться, якщо ввести між обкладинками паралельно їм мідний лист, товщина якого дорівнює *1/4* відстані між обкладинками? Чи буде впливати на результат положення листа відносно пластин?

360. Два однакові повітряні конденсатори ємністю *0,01 мкФ* з'єднані послідовно і підключені до джерела живлення з напругою *10 В*. Знайти заряд, що протече по колу, якщо в простір між обкладками одного з конденсаторів увести діелектрик із діелектричною проникністю рівною*5*.

361. Плоский конденсатор, пластини якого розташовані горизонтально, наполовину залили парафіном. Конденсатор заряджений до напруги *300 В*. Визначити напруженість електричного поля, поверхневу густину заряду на обкладках і границі поділу діелектриків, густину енергії в обох частинах конденсатора, якщо відстань між пластинами дорівнює *2 см*.

362. Плоский конденсатор, пластини якого розташовані вертикально, наполовину залили гасом. Конденсатор заряджений до напруги *120 В*. Визначити напруженість електричного поля, поверхневу

густину заряду на обкладках і густину енергії в обох частинах конденсатора, якщо відстань між пластинами дорівнює *2 см*.

363. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено двома шарами діелектриків: шаром скла товщиною *1 см* і шаром парафіну товщиною *2 см*. Різниця потенціалів між обкладками *3 кВ*. Визначити напруженість поля і падіння потенціалу в кожному із шарів.

364. Яка напруженість електричного поля в повітряному зазорі плоского конденсатора, якщо різниця потенціалів між пластинами *200 В*? Відстань між пластинами *2 мм* і між ними знаходиться лист скла товщиною *1 мм.*

365. Від позитивної пластини конденсатора під дією електричного поля одночасно починають рухатися протон і α - частинка. На якій відстані від негативної пластини буде α - частинка в той момент, коли протон досягне пластини, якщо відстань між пластинами *2 см*?

366. Дві кульки з масами *3 г* і *9 г,* що несуть на собі заряди $8\cdot10^{-8}$ *Кл* і $-2\cdot10^{-8}$ *Кл,* рухаються назустріч одна одній під дією електричної сили притягання. Початкова відстань між ними *0,2 м*, а початкові швидкості дорівнюють нулю. Визначити швидкості, які будуть мати кульки у ті моменти, коли відстань між ними буде дорівнювати *0,08 м* (при зближенні та розльоті).

367. Визначити напруженість і потенціал електричного поля в центрі кільця з зовнішнім діаметром *0,8 м* і внутрішнім діаметром *0,4 м*, якщо на ньому рівномірно розподілений заряд $6\cdot10^{-7}$ *Кл.*

368. Дві концентричні сферичні поверхні, що знаходяться у вакуумі, заряджені однаковою кількістю електрики $3\cdot10^{-6}$ *Кл.* Радіуси цих поверхонь *1 м* і *2 м*. Визначити енергію електричного поля, що міститься між цими сферами.

369. П'ять паралельно з'єднаних конденсаторів ємностями по *0,1 мкФ* заряджаються до загальної різниці потенціалів *30 кВ*. Визначити середню потужність розряду, якщо батарея розряджається за $1,5\cdot10^{-6}$ *с.* Залишкова напруга дорівнює *0,5 кВ*.

370. На відстані *0,6 м* від точкового заряду 10^{-8} *Кл* розташована провідна куля радіусом *0,1 м,* яка з'єднується з землею тонким довгим дротом. Визначити негативний заряд, що індукується на кулі. Впливом дроту знехтувати.

371. Дві тонкі концентричні металеві сфери радіусами *0,5 м* і *1м* мають однакову поверхневу густину зарядів 10^{-7} *Кл/м*^{2}. Визначити потенціали на сферах і енергію такої системи.

372. Два одноіменних точкових заряда 10^{-8} *Кл* і $5\cdot 10^{-8}$ *Кл* масами 10^{-6} *кг* і 10^{-7} *кг* рухаються назустріч один одному. В момент, коли відстань між зарядами дорівнює *0,01 м* вони мають швидкості *30 м/с* і *60 м/с*. До якої мінімальної відстані наблизяться заряди?

373. По тонкому кільцю радіуса *0,5 м* рівномірно розподілено заряд 10^{-7} *Кл*. Визначити швидкість негативного точкового заряду $-5\cdot 10^{-8}$ *Кл* в той момент, коли він проходить крізь центр кільця, якщо цей заряд спочатку знаходився у спокої в точці достатньо віддаленій від кільця на його осі. Маса точкового заряду дорівнює 10^{-9} *кг*. Кільце нерухоме.

374. Два плоских конденсатори ємностями *12 пФ* і *18 пФ* заряджені до різниці потенціалів *8 кВ* і *6 кВ* відповідно. Наскільки зменшиться їхня загальна електростатична енергія при паралельному з'єднанні?

375. Дві прямокутні пластини довжиною *0,2 м* і площею *100* $см^2$ розташовані паралельно одна одній на відстані *1 см*. На пластинах підтримується постійна різниця потенціалів *3 кВ*. В простір між пластинами всувається діелектрик ($\varepsilon = 6$). Товщина діелектрика *1 см*, ширина – *0,2 м*, а довжина більша за довжину пластин. Знайти залежність сили, що діє на діелектрик з боку поля, від відстані, на яку він всувається між пластинами. Чому буде дорівнювати ця сила?

376. Металеву кульку радіусом *2 см* підвісили на діелектричній нитці і надали їй заряд $1,5\cdot 10^{-7}$ *Кл*. Після цього на нитку нанизали другу кульку радіусом *1 см* і масою *0,1 г*. На яку висоту підніметься верхня кулька після торкання до нижньої кульки? Електростатичну індукцію не враховувати.

377. Площа кожної пластини плоского повітряного конденсатора *0,1* $м^2$, заряд 10^{-6} *Кл*. Пластини розташовані вертикально. До позитивної пластини на нитці прикріплено кульку масою *1 г*, що несе на собі заряд 10^{-9} *Кл*. Визначити кут, що утворює нитка з вертикаллю.

378. Електрон, що має початкову швидкість $2\cdot 10^{6}$ *м/с*, рухається в однорідному полі плоского конденсатора в напрямку силових ліній. Яка різниця потенціалів на обкладинках конденсатора, якщо електрон губить всю швидкість на шляху *3 см*, а відстань між пластинами *5 см*? Скільки часу рухається електрон до зупинки?

379. Маленьку металеву кульку масою *1 г*, якій надано заряд $3\cdot 10^{-7}$ *Кл*, кидають здалека зі швидкістю *2 м/с* в металеву сферу, заряджену зарядом 10^{-6} *Кл*. При якому найменшому радіусі сфери кулька досягне її поверхні?

380. Визначити взаємну потенціальну енергію для системи, що складається з двох позитивних і двох негативних зарядів (кожний по 10^{-7} *Кл*), які знаходяться в вершинах квадрата зі стороною *0,1 м*. Розглянути всі можливі випадки розташування зарядів.

Контрольна робота №4 (постійний струм)

401. Визначити густину струму в мідному дроті довжиною *10 м*, якщо різниця потенціалів на її кінцях дорівнює *1,2 В*.
402. Два циліндричних провідники один із міді, а другий з алюмінію мають однакову довжину й однаковий опір. В скільки разів мідний провід важче алюмінієвого?
403. Котушка з мідного дроту має опір *10,8 Ом*. Маса мідного дроту *3,41 кг*. Скільки метрів дроту і якого діаметра намотано на котушці?
404. Яку напругу можна дати на котушку, що має *1000* витків мідного дроту, із середнім діаметром витків *6 см*, якщо припустима густина струму *6* $А/мм^2$?
405. В електронній лампі струм іде від металевого циліндра до натягнутої нитки, розташованої по його осі. Визначити густину струму поблизу нитки за таких умов: струм *3 мА*, довжина нитки і циліндра *2,5 см*, діаметр нитки *0,002 см*, діаметр циліндра *1см*.
406. Два дроти - мідний й алюмінієвий – мають однакову масу. Довжина мідного дроту в *10* разів більше довжини алюмінієвого. В скільки разів відрізняються їхні опори? Густина міді в *3,3* рази більше алюмінію, питомий опір у *1,65* разів менше.
407. По мідному дроту перетином *1* $мм^2$ протікає струм силою *10 А*. Визначити середню швидкість упорядкованого руху електронів уздовж провідника, якщо вважати, що на кожний атом міді доводиться один електрон провідності.
408. Плоский конденсатор із пластинами квадратної форми розмірами *21х21*$см^2$ і відстанню між пластинами *2 мм* приєднаний до полюсів джерела струму з е.р.с. *750 В*. У простір між пластинами з постійною швидкістю *0,08 м/с* всувають скляну пластинку товщиною *2 мм*. Який струм піде при цьому по колу? Діелектрична проникність скла дорівнює *7*.

409. З вертикально розташованого плоского конденсатора рівномірно витікає гас, яким був залитий конденсатор. При цьому в ланцюгі, що з'єднує конденсатор з батареєю акумуляторів у *100 В*, тече струм $2\cdot 10^{-11}$ *А*. З якою швидкістю знижується рівень гасу? Пластини конденсатора квадратні, площею *100* $см^2$, відстань між ними *1 мм*.
410. Із вертикально розташованого плоского конденсатора рівномірно витікає вода ($\varepsilon = 81$), якою був залитий конденсатор. Швидкість, з якою знижується рівень рідини в конденсаторі дорівнює *2 м/с*.

Пластини конденсатора квадратні, їх площа дорівнює *100 см*^{2}, а відстань між ними *1 мм*. Визначити силу струму в колі.

411. До мережі напругою *120 В* приєднані два опори. При їхньому послідовному з'єднанні струм дорівнює *3 А*, а при паралельному – сумарний струм дорівнює *16 А*. Чому рівні ці опори?

412. Визначити відстань від станції до місця, на якому відбулося замикання двухпровідної лінії зв'язку з телефонного кабеля, що має опір *66 Ом* на *1 км* довжини, якщо виміри показали, що при напрузі на лінії *10 В* сила струму дорівнює *18 мА*.

413. Є два однакових елементи з е.р.с. *2 В* и внутрішнім опором *0,3 Ом*. Як треба з'єднати ці елементи (послідовно чи паралельно), щоб одержати максимальну силу струму, якщо: 1) зовнішній опір дорівнює *0,2 Ом*; 2) зовнішній опір дорівнює *16 Ом*?

414. Міліамперметр із шкалою від *0* до *15 мА* має опір *5 Ом*. Як повинний бути ввімкнутий прилад у комбінації з опорами (і якими) для виміру: 1) сили струму від *0* до *0, 15 А*; 2) різниці потенціалів від *0* до *150 В*.

415. Вольтметром, призначеним для виміру різниці потенціалів до *30 В*, потрібно вимірювати різниці потенціалів до *75 В*. Який опір для цього треба взяти і як його ввімкнути? Внутрішній опір вольтметра *2 кОм*, шкала його розділена на *150* поділок. Як зміниться ціна поділки вольтметра?

416. Амперметр з опором *0,18 Ом* може вимірювати силу струму до *10 А*. Шкала приладу розділена на *100* поділок. Який опір треба взяти і як його ввімкнути, щоб можна було вимірювати силу струму до *100А*? Як зміниться ціна поділки амперметра?

417. Два елементи, е.р.с. яких однакові і рівні *2 В*, а внутрішні опори *1* і *1,5 Ом*, з'єднані послідовно і замкнені на зовнішній опір *0,5 Ом*. Знайти різницю потенціалів на затискачах кожного елемента.

418. Два елементи, е.р.с. яких однакові і рівні *2 В*, а внутрішні опори *1* і *1,5 Ом*, з'єднані між собою паралельно. До елементів приєднується зовнішній опір *1,4 Ом*. Знайти силу струму в кожному з елементів і у всьому колі.

419. Котушка і амперметр з’єднані послідовно і приєднані до джерела струму. До клем котушки приєднаний вольтметр з опором *2 кОм*. Амперметр показує струм *0,25 А*, вольтметр – напругу *100 В*. Визначити опір котушки. Скільки відсотків складе помилка, якщо при визначенні опора котушки не буде врахований опір вольтметра?

420. У мережу з напругою *120 В* ввімкнули котушку з опором *5 кОм* і вольтметр, з'єднані послідовно. Показання вольтметра *80 В*. Коли

котушку замінили іншою, вольтметр показав *50 В*. Визначити опір іншої котушки.

421. Сила струму в провіднику рівномірно збільшується від нуля до деякого максимального значення протягом *10 с*. За цей час у провіднику виділилася теплота *1 кДж*. Визначити швидкість наростання струму в провіднику, якщо опір його дорівнює *3 Ом*. Який заряд за цей час пройде по провіднику?

422. Сила струму в провіднику з опором *12 Ом* рівномірно зменшується від *5 А* до нуля протягом *10 с*. Визначити теплоту, що виділилася в провіднику за цей проміжок часу і заряд, що пройшов по провіднику.

423. Сила струму в провіднику опором *120 Ом* змінюється з часом за законом $I=I_0 e^{-\alpha t}$. Початкова сила струму *10 А*, $\alpha=10^2 c^{-1}$. Визначити кількість електрики, що пройшла через провідник, і теплоту, що виділилася в провіднику за час 10^{-2} *с*.

424. По провіднику з опором *3 Ом* тече рівномірно зростаючий струм. За час *8 с* у провіднику виділилася теплота *200 Дж*. Визначити заряд, що пройшов за цей час по провіднику. У момент часу, прийнятий за початковий, струм у провіднику дорівнював *1 А*.

425. У провіднику за час *10 с* при рівномірному зростанні струму від *4* до *8 А* виділилася кількість теплоти *20 кДж*. Знайти опір провідника.

426. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом $I=I_0 sin\omega t$. Знайти заряд, що протік через поперечний перетин провідника за половину періоду, якщо початкова сила струму *5 А*, циклічна частота $100\cdot\pi c^{-1}$.

427. Струм у провіднику опором *100 Ом* за час *30 с* рівномірно зростає від нуля до *10 А*. Визначити теплоту, що виділилася за цей час у провіднику.

428. Сила струму в провіднику змінюється з часом згідно рівнянню *I=(4+2t) А*. 1)Яка кількість електрики проходить через поперечний перетин провідника зо час від *2 с* до *6 с*? 2) При якій силі постійного струму через поперечний перетин провідника за цей же час проходить така ж кількість електрики?

429. Сила струму в провіднику опором *100 Ом* змінюється з часом за законом $I=I_0 e^{-\alpha t}$. Початкова сила струму *10 А*, $\alpha=10^3 c^{-1}$. Визначити теплоту, що виділилася в провіднику за час 10^{-3} *с*.

430. Струм у провіднику опором *15 Ом* за час *5 с* рівномірно зростає від нуля до деякого максимуму. За цей час виділилася теплота *10 кДж*. Визначити середнє значення сили струму в провіднику за цей проміжок часу.

431. Лампа розжарювання споживає струм силою $0,5\ A$. Температура розжарювання вольфрамової нитки лампи діаметром $0,1\ мм$ дорівнює $2200\ ^oC$. Струм підводиться мідним проводом перетином $5\ мм^2$ ($t=20\ ^oC$). Визначити напруженість електричного поля в міді і вольфрамі (питомі опори міді і вольфраму при $0\ ^oC$ відповідно $\rho_1 = 1,56\cdot 10^{-8}\ Ом\cdot м$, $\rho_2 = 4,9\cdot 10^{-8}\ Ом\cdot м$, температурні коефіцієнти опору міді і вольфраму: $\alpha_1 = 4,3\cdot 10^{-3} K^{-1}$, $\alpha_2 = 4,8\cdot 10^{-3} K^{-1}$)

432. Опір вольфрамової нитки електричної лампочки при $20\ ^oC$ дорівнює $35,8\ Ом$. Яка буде температура нитки лампочки, якщо при включенні в мережу напругою $120\ B$ по нитці йде струм $0,33\ A$? Температурний коефіцієнт опору вольфраму дорівнює $4,8\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$.

433. Знайти, у скільки разів зміниться сила струму, що проходить через платинову обмотку печі, при нагріванні печі від $20\ ^oC$ до $1200\ ^oC$, якщо температурний коефіцієнт опору платини $3,92\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$, а напруга на затискачах кола залишається незмінною.

434. Обмотка електромагніта зроблена з мідного проводу і при температурі $10\ ^oC$ має опір $14,2\ Ом$. У процесі роботи опір обмотки підвищився до $16,5\ Ом$. Яка при цьому температура обмотки?

435. Визначити температурний коефіцієнт проводу, складеного з алюмінієвого дроту з опором $3\ Ом$ і залізного дроту з опором $2\ Ом$, з'єднаних послідовно. ($\alpha_1 = 4,5\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$, $\alpha_2 = 6,5\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$).

436. Різниця потенціалів на кінцях дроту довжиною $5\ м$ дорівнює $4,2\ B$. Визначити густину струму в дроті при температурі $120\ ^oC$, якщо її питомий опір і температурний коефіцієнт опору рівні відповідно $2\cdot 10^{-7}\ Ом\cdot м$ і $6\cdot 10^{3} K^{-1}$.

437. Вугільний стрижень послідовно з'єднаний із залізним стрижнем такого ж перетину. При якому співвідношенні довжин опір цієї системи не залежить від температури? Температурні коефіцієнти опору вугілля і заліза рівні відповідно $8\cdot 10^{-4}\ K^{-1}$ і $6,5\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$, а їхні питомі опори при $0\ ^oC$ становлять $4\cdot 10^{-5}\ Ом\cdot м$ і $8,9\cdot 10^{8}\ Ом\cdot м$.

438. Чи можна виявити різницю в опорі залізного проводу, якщо температура в приміщенні знизилася від 30 до $15\ ^oC$? Похибку при вимірі опорів вважати не більшою за 1%. ($\alpha = 6,5\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$).

439. Електрична лампа розжарювання споживає струм силою $0,2\ A$. Діаметр вольфрамової волосинки $20\ мкм$, температура волосинки при горінні лампи $2000\ ^oC$. Визначити напруженість електричного поля у волосинці.

440. Реостат із залізного дроту, міліамперметр і генератор струму ввімкнуті послідовно. Опір реостата при $0\ ^oC$ дорівнює $120\ Ом$, опір міліамперметра $20\ Ом$. Міліамперметр показує $22\ мА$. Що буде показувати міліамперметр, якщо реостат нагріється на 50^o? Температурний коефіцієнт опору заліза $6{,}5\cdot10^{-3}\ K^{-1}$. Опором генератора знехтувати.

441. Акумулятор з е.р.с. $10\ В$ и внутрішнім опором $1\ Ом$ замкнений на зовнішній опір R і виділяє на ньому потужність $9\ Вт$. Визначити різницю потенціалів на клемах акумулятора, струм у колі й опір R.

442. Електричний кип'ятильник має три обмотки. Якщо з'єднати дві обмотки паралельно, підключивши до них третю послідовно, то при різних комбінаціях обмоток вода в баку буде закипати відповідно за *20, 40* і *16* хвилин. За скільки часу закипить вода, якщо всі обмотки з'єднати послідовно або паралельно?

443. Різниця потенціалів між двома точками дорівнює $9\ В$. Є два резистори з опорами $5\ Ом$ і $3\ Ом$. Знайти кількість тепла, що виділяється в кожному з резисторів за *1* хвилину, якщо резистори вмикаються між цими точками: 1)послідовно, 2)паралельно.

444. В схемі (1) опір $R_1 = 100\ Ом$, потужність, що виділяється на цьому опорі дорівнює $16\ Вт$. К.К.Д. джерела струму *80%*. Визначити е.р.с. джерела струму, якщо відомо, що падіння потенціалу на опорі R_3 дорівнює $40\ В$.

445. В схемі (1) е.р.с. батареї дорівнює $120\ В$, внутрішній опір $4\ Ом$, $R_1 = 25\ Ом$, $R_2 = R_3 = 100\ Ом$. Визначити потужність, що виділяється на опорі R_1 і К.К.Д. джерела струму.

446. Елемент, е.р.с. якого ε і внутрішній опір r , замкнена на зовнішній опір R. Найбільша потужність в зовнішній частині кола дорівнює $9\ Вт$. Сила струму за цих умов дорівнює $3\ A$. Визначити ε і r.

447. Елемент, е.р.с. якого дорівнює $6\ В$, дає максимальну силу струму $3\ A$. Знайти найбільшу кількість тепла, яка може виділитись на зовнішньому резисторі за *1* хвилину.

448. Е.р.с. батареї $60\ В$, внутрішній опір $4\ Ом$. Зовнішня частина кола споживає потужність $125\ Вт$. Визначити силу струму в колі, напругу під якою знаходиться зовнішня частина кола та її опір

449. Батарея складається з п'яти послідовно з'єднаних елементів з е.р.с. $1{,}4\ В$ і внутрішнім опором $0{,}3\ Ом$ кожний. При якому струмі корисна потужність батареї $8\ Вт$? Якою буде максимальна потужність батареї?

450. Чому дорівнює внутрішній опір та е.р.с. генератора, якщо відомо, що потужність, яка виділяється на зовнішній частині кола, однакова при двох значеннях зовнішнього опору: *5 Ом* і *0,2 Ом*. Вона дорівнює *5 Вт*. Знайти К.К.Д. генератора в кожному з цих випадків.
451. Визначити показання міліамперметра в схемі (8), якщо $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1{,}5$ *В*, $r_1 = r_2 = 0{,}5$ *Ом*, $R_1 = R_2 = 2$ *Ом*, $R_3 = 10$ *Ом*. Опір міліамперметра дорівнює *3 Ом*.
452. В схемі (2) $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$, , $R_1 = R_3 = 20$ *Ом*, $R_2 = 15$ *Ом*, $R_4 = 30$ *Ом*. Амперметр показує *1,5 А*. Визначити величини е.р.с., а також сили струмів, що протікають в опорах R_2 і R_3 Опір батарей і амперметра не враховувати.
453. В схемі (3) ε_1 і ε_2 , два однакових елемента з е.р.с. *2 В* і внутрішніми опорами $r_1 = 0{,}5$ *Ом* і $r_2 = 1$ *Ом*. Опори $R_1 = 0{,}5$ *Ом*, $R_2 = 1{,}5$ *Ом*. Зайти струми, що протікають у всіх пілках кола.
454. Дві батареї з’єднані, як показано на схемі (4). Визначити силу струму в батареях, якщо $\varepsilon_1 = 10$ *В*, $\varepsilon_2 = 8$ *В*, , $r_1 = 1$ *Ом* і $r_2 = 2$ *Ом*, $R = 6$ *Ом*.
455. Визначити силу струму в кожній гільці схеми (5), якщо $\varepsilon_1 = 4$ *В*, $\varepsilon_2 = 3$ *В*, , $R_1 = 2$ *Ом*, $R_2 = 6$ *Ом*, $R_3 = 1$ *Ом*. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.
456. Визначити силу струму в кожній гільці схеми (6), якщо $\varepsilon_1 = 3$ *В*, $\varepsilon_2 = 8$ *В*, $r_1 = 4$ *Ом*, $r_2 = 3$ *Ом*, $r_3 = 1$ *Ом* і $r_4 = 2$ *Ом*. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.
457. Резистор з опором *4 Ом* підключено до двох паралельно з’єднаних джерел струму з е.р.с. *2,2 В* і *1,4 В* і внутрішніми опорами *0,6 Ом* і *0,4 Ом*. Визначити силу струму в резисторі і напругу на затискачах другого джерела струму.

458. Визначити падіння потенціалу на опорі R_2 в схемі (5), якщо $\varepsilon_1 = 3$ *В*, $\varepsilon_2 = 2$ *В*, $R_1 = 1$ *Ом*, $R_2 = 5$ *Ом*, $R_3 = 3$ *Ом*. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.
459. Три опори $R_1 = 1$ *Ом*, $R_2 = 3$ *Ом*, $R_3 = 3$*Ом* , а також джерело струму з е.р.с. *1,4 В* з’єднані, як показано на схемі (7). Визначити е.р.с. джерела, яке треба підключити в схему між точками А і В, щоб в опорі R_3 протікав струм силою *1 А* в напрямку, що показаний стрілкою. Опором джерел струму знехтувати.
460. Два джерела струму з е.р.с. *14 В* і *6 В* і внутрішніми опорами *2 Ом* і *4 Ом* відповідно, з’єднані паралельно. До них підключено опір навантаження, який дорівнює *1 Ом*. Визначити сили струмів у всіх ділянках схеми.

Схеми до контрольної роботи №4

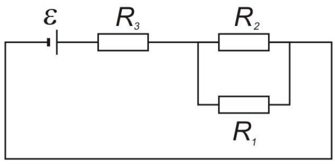


Схема 1

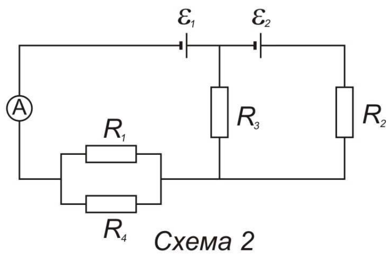


Схема 2

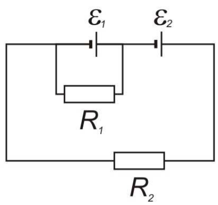


Схема 3

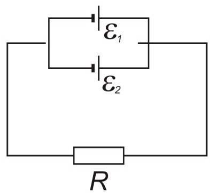


Схема 4

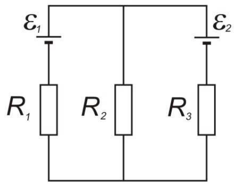


Схема 5

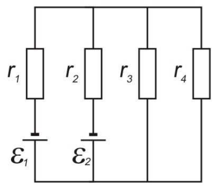


Схема 6

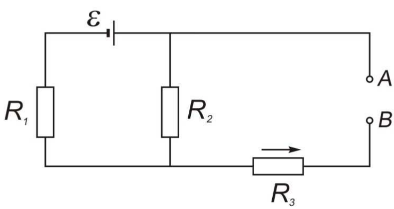


Схема 7

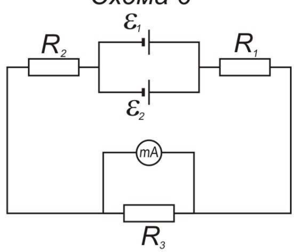


Схема 8

Список літератури

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.Наука. т.1-3, 1989

2. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. М. Наука. т. 1-3, Київ, “Едельвейс”, Дніпро, 1994.

3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.Наука. 1990.

4. Гаркуша І. П., Горбачук І. Т., Курінний В. П., Кучерук І. М. Загальний курс фізики. Збірник задач. К.: Техніка, 2004.

5. Дущенко В.П., Кучерук І М.. Загальна фізика. Фізичні основи механіки, молекулярної фізики і термодинаміки. Київ, “Вища школа”, 1993.

6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т.. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Київ, “Вища школа”, 1995.

7. Богацька І.Г., Головко Д.Б., МаляренкоД.А., Ментковський Ю.Л. Загальні основи фізики. Т. 1. Механіка і молекулярна фізика., Т.2. Електродинаміка і атомна фізика. Київ, “Либідь”, 1995.

8. Сена Л.А. Одиниці фізичних величин та їх розмірність. М. Наука. 1977.

9. Чолпан П.П.. Основи фізики. Київ, “Вища школа”, 1995.

10. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. Т.1. Київ, “Либідь”, 1997.

11. Петченко О.М., Назаренко Є.І., Орел Є.С. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу “Фізика”. Розділ “Механіка”. – Харків: ХНАМГ, 2006..

12. Петченко О.М., .Яценко Н.М., Петченко Г.О.Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу “Фізика”. Розділ, “Молекулярна фізика і термодинаміка”. - Харків: ХНАМГ, 2006..

13. Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу Фізика. Розділ ”Електрика і магнетизм”.- Харків: ХНАМГ,2006.

14. Безуглий А.В., Сисоєв А.С. Петченко О.М. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з розділу "Оптика" курсу фізики. - Харків: ХНАМГ, 2006.

15. Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. Методичні вказівки до самостійної роботи з вивчення курсу фізики. - Харків: ХНАМГ, 2006.

16. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Под ред. А.Г.Чертова. Москва, 1987.

Таблиця
фундаментальних фізичних констант

Гравітаційна стала	$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ Н\cdot м^2/кг^2$
Число Авогадро	$N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}\ моль^{-1}$
Універсальна газова стала	$R = 8{,}31\ Дж/моль\cdot К$
Стала Больцмана	$k = 1{,}38\cdot 10^{-23}\ Дж/К$
Об’єм 1-го моля ідеального газу при нормал ьних умовах	$V_м = 0{,}0224\ м^3/моль$
Заряд електрона	$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ Кл$
Маса спокою електрона	$m_е = 9{,}11\cdot 10^{-31}\ кг$
Маса спокою протона	$m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}\ кг$
Швидкість розповсюдження світла у вакуумі	$c = 3\cdot 10^8\ м/с$
Магнітна стала	$\mu_0 = 12{,}57\cdot 10^{-7}\ Гн/м$
Електрична стала	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ Ф/м$
Ангстрем	$1\ \mathring{A} = 10^{-10}\ м$
Стала Планка	$h = 6{,}62\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}\ Вт/м^2 К^4$
Середній радіус Землі	$R_з = 6{,}37\cdot 10^6\ м$
Гравітаційна стала	$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ Н\cdot м^2/кг^2$
Число Авогадро	$N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}\ моль^{-1}$
Універсальна газова стала	$R = 8{,}31\ Дж/моль\cdot К$
Стала Больцмана	$k = 1{,}38\cdot 10^{-23}\ Дж/К$

Навчальне видання

Фізика. Механіка, молекулярна фізика, електрика. Навчально-методичний посібник і контрольні завдання для студентів заочної форми навчання.

Укладачі: Катерина Юріївна Аксьонова,
Юрій Данилович Оксюк,
Євген Борисович Сидоренко

Редактор: М.З.Аляб'єв

План 2007, поз.545

Підп. до друку 21.10.07	Формат 60x84 1/16.	Папір офісний.
Друк на ризографі.	Умовн.–друк. арк. 6.	Обл.–вид. арк. 8.
Зам. №	Тираж 200 прим.	

61002, Харків, ХНАМГ,вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії при ІОЦ ХНАМГ
61002, Харків, вул. Революції, 12